

Devoir de synthèse :2

Date :03/03/1014

Année scolaire :
2013/2014Classe : 4^{ème} Eco
1+2+3+4

Durée : 2h

Exercice N° :1(4 pts)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte .Laquelle ?

A) Soit la fonction g dérivable sur \mathbb{R} est définie par : $g(x) = xe^{-x^2}$

1) la fonction dérivée g' est définie sur \mathbb{R} par :

a) $g'(x) = e^{-x^2}$

b) $g'(x) = (1 - 2x^2)e^{-x^2}$

c) $g'(x) = -2x^2e^{-x^2}$

2) G une primitive de g sur \mathbb{R} par :

a) $G(x) = -\frac{1}{2}e^{-x^2}$

b) $G(x) = e^{-x^2}$

c) $G(x) = -e^{-x^2}$

B) 1) $A = 2 \ln(2) + \ln(3) - \ln(5)$ Alors A est égale à :

a) $A = \ln\left(\frac{12}{5}\right)$

b) $A = \ln(2)$

c) $A = \ln(7)$

2) Soit $B = \frac{e^4 \cdot (e^{-2})^3}{e^{-1}}$ Alors B est égale à :

a) $B = 1$

b) $B = e$

c) $B = \frac{1}{e}$

Exercice N° :2(5 pts)

Soit le graphe (G) ci-contre :

1) a) déterminer l'ordre de ce graphe.

b) Ce graphe est-il complet ? Est-il connexe.

2) a) Donner le degré du sommet B du graphe G.

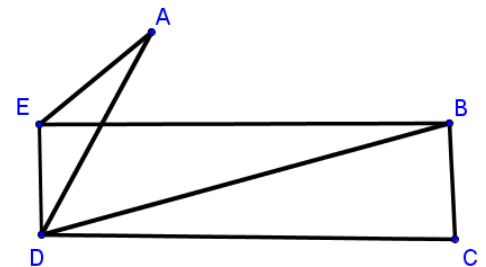
b) G admet-il un cycle eulérien ? Justifier.

3) a) Prouver que (G) admet au moins une chaîne eulérienne.

b) Donner un exemple de chaîne eulérienne.

4) Les sommets sont écrits dans l'ordre alphabétique.

Donner la matrice M associée au graphe (G).



(G)

Exercice N° :3 (5 pts)

Soit la fonction h définie sur \mathbb{R} par $h(x) = (x - 1)e^x$ et C_h sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(\vec{O}, \vec{I}, \vec{J})$.

1) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$.

b) Montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{h(x)}{x} = +\infty$



Interpréter graphiquement ces résultats.

2)a) Montrer que pour tout réel x ; $h'(x) = xe^x$

b) Dresser le tableau de variation de h .

3)a) Déterminer l'intersection de la courbe C_h avec l'axe des abscisses.

b) Tracer la courbe C_h .

Exercice N° :4(6 pts)

Soit f la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par $\begin{cases} f(x) = ax + x \ln(x) \\ f(0) = 0 \end{cases}$; $a \in \mathbb{R}$

et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé ci-contre :

1)a) Déterminer $f(e)$ en déduire la valeur de a .

b) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, puis $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$, Interpréter graphiquement le résultat.

2)a) Déterminer $f'(e)$.

b) Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$, Interpréter graphiquement le résultat.

c) Dresser le tableau de variation de f

3)a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α tel que $7 < \alpha < 8$

b) Déduire le signe de $f(x)$.

4) a) Montrer que f réalise une bijection de $[e ; +\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

b) Tracer la courbe $C_{f^{-1}}$ de f^{-1} .

A rendre avec la copie

Nom : Prénom :

