

Exercice n°1

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $R = (o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(1, 1, 1)$, $B(0, 1, -1)$ et $C(-1, 0, 1)$ et le plan $P : x - z + 3 = 0$.

- 1) a) Montrer que les points O , A et B déterminent un plan Q
b) Donner une équation cartésienne du plan Q
- 2) Montrer que les plans P et $P' : 2x - y - z = 0$ sont sécants selon une droite Δ dont on déterminera une représentation paramétrique.
- 3) a) Caractériser l'ensemble S d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z + 1 = 0$
b) Montrer que $S \cap P'$ est un cercle dont on précisera le centre ω et le rayon r .

Exercice n°2

Soit f la fonction définie par $f(x) = x - \frac{1}{e^x - 1}$.

- I) 1) Dresser le tableau de variation de f .
 - 2) a) Montrer que (C_f) admet deux asymptotes obliques d'équations respectives :
 $\Delta : y = x$ et $\Delta' : y = x + 1$
b) Montrer que $\omega(0; 1/2)$ est un centre de symétrie de (C_f) .
 - 3) Soit g la restriction de f sur $]0, +\infty[$
 - a) Montrer que g réalise une bijection de $]0, +\infty[$ sur \mathbb{R} .
 - b) En déduire que l'équation $g(x) = 0$, admet une unique solution α et que :
 $\text{Log}2 < \alpha < 1$
 - c) Montrer que $f'(\alpha) = 1 + \alpha + \alpha^2$
 - d) Ecrire une équation de la tangente T à (C_f) au point d'abscisse α
 - e) Tracer T , Δ , Δ' et (C_f) dans un repère orthonormé $R = (o, \vec{i}, \vec{j})$. (on prend $\alpha = 0.8$)
- II) On désigne par g^{-1} la fonction réciproque de g et (C') sa courbe représentative dans le repère R .
- 1) Montrer que g^{-1} est dérivable sur \mathbb{R} et calculer $(g^{-1})'(0)$ en fonction de α .
 - 2) La courbe (C') coupe (xx') en un point I , écrire la tangente T' à (C') en I .
 - 3) Tracer (C') et T' dans le même repère R .



Exercice N°3

I- Soit la fonction g définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = x^2 - 1 + \ln(x)$

1/ Justifier les résultats du tableau de variation de g

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		+	
$g(x)$	$-\infty$	0	$+\infty$

2/ Déduire le signe de $g(x)$

II- Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = x - \frac{\ln(x)}{x}$

1/a) Vérifier que pour tout x de $]0, +\infty[$ on a $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

b) Dresser le tableau de variation de f

2/a) Montrer que la droite Δ d'équation $y = x$ est une asymptote à ζ_f

b) Étudier les positions relatives de ζ_f et Δ

3/ Compléter ζ_f et Δ sur la feuille annexe

4/ Soit h la restriction de f sur $]0, 1]$

a) Montrer que h réalise une bijection de $]0, 1]$ sur $[1, +\infty[$

b) Construire $\zeta_{h^{-1}}$ la courbe de la fonction réciproque de h dans le même repère que ζ_f

5/ Déterminer la primitive F de f sur $]0, +\infty[$ qui s'annule en 1.

