

Lycée : Echebbi Tadhama	Devoir de synthèse N° 2	Prof : M ^{me} MNIF - M ^r SAIDANI - M ^r OUERGHI
Année scolaire : 2018/2019		Epreuve : MATHÉMATIQUES
Classes: 4 Eco 1; 2 ; 3 & 4		Durée : 120min

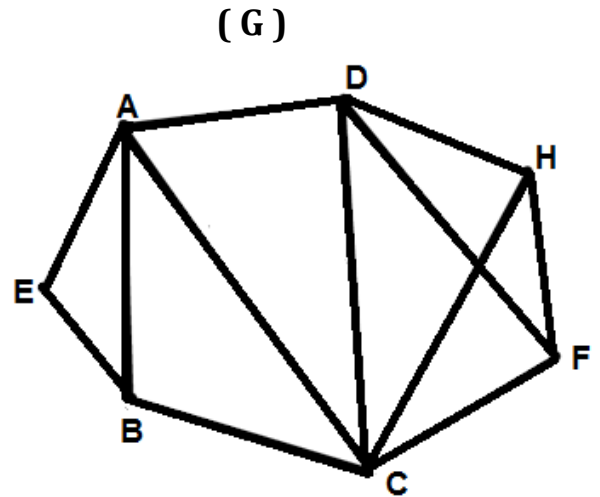
EXERCICE N°1 (5points)

L'objet de l'étude est le réseau des égouts d'une ville .

Ce réseau est modélisé par le graphe (G) ci-contre :

Les sommets représente les stations

Les arêtes sont les canalisations



Partie (A)

1°) Déterminer le degré de chaque sommet .

2°) Ce graphe est-il connexe ? justifier ?

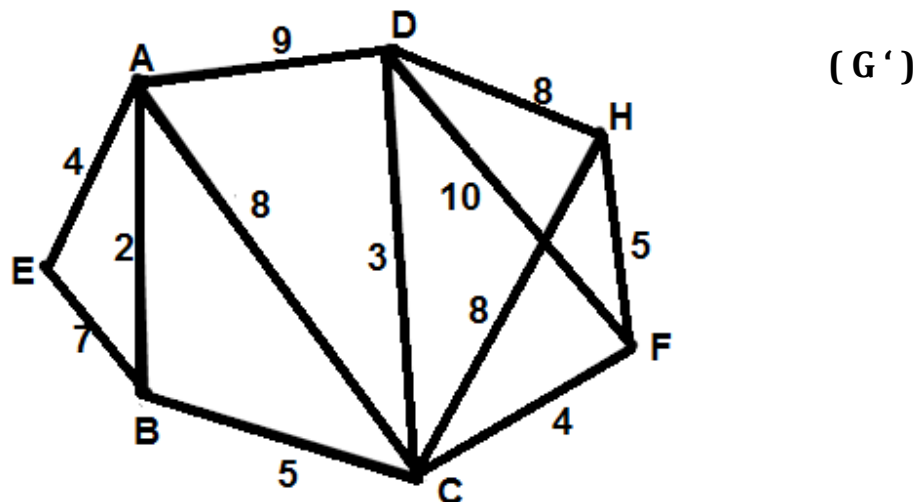
3°) a) le graphe (G) admet-il un cycle eulérien ? justifier ?

b) le graphe (G) admet-il une chaîne eulérien ? justifier ?

4°) Donner la matrice M associé à ce graphe (G) en écrivant les sommets dans l'ordre alphabétique .

Partie (B)

Le graphe pondéré (G ') ci-contre donne , en minute , et les durée des trajets existant entre les différentes stations des égouts



1°) Donner le nombre chromatique du graphe (G ')

2°) Déterminer le trajet le plus court du sommet A au sommet C

EXERCICE N°2 (3points)

La matrice M ci-contre est associée à un graphe de sommets A, B, C, D et E dans l'ordre alphabétique

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- 1°) Ce graphe est-il orienté ? Justifier
- 2°) Construire le graphe associé à cette matrice
- 3°) Existe-il une chaîne eulérienne ? un cycle eulérien ? justifier votre réponse

EXERCICE N°3 (4points)

Le tableau suivant donne l'évolution du nombre de personnes âgées de plus de 85 ans en Tunisie de 1950 à 1990 . (x_i) représente le rang de l'année et (y_i) représente le nombre de personnes

Année	1950	1955	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990
x_i	0	5	10	15	20	25	30	35	40
y_i	200	232	291	361	422	496	565	684	874

- 1°) Représenter , dans un repère orthogonal , le nuage des points associés à la série (x, y)
- 2°) a) Calculer la moyenne \bar{x} et l'écart type σ_x de la variable x
b) Calculer la moyenne \bar{y} et l'écart type σ_y de la variable y
c) Placer le point moyen $G(\bar{x}, \bar{y})$
- 3°) Déterminer le coefficient de corrélation r de cette série
- 4°) a) Déterminer l'équation de la droite de régression de y en x
b) Donner une estimation du nombre de personnes âgées en 2020

EXERCICE N°4 (8points)

1°) Soit la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par :

$$f(x) = \begin{cases} -1 + 2x - x \ln x & \text{si } x \in]0, +\infty[\\ -1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$
- Interpréter géométriquement le résultat
- Montrer que la fonction f est continue en 0
- Etudier la dérivabilité à droite de la fonction f en 0

2°) a) Etudier la dérivabilité de la fonction f sur $]0, +\infty[$

- Montrer que $f'(x) = 1 - \ln x$
- Dresser le tableau de variation de la fonction f
- Ecrire une équation de la tangente à (C_f) au point d'abscisse $x = 1$
- construire la tangente à (C_f) au point d'abscisse $x = 1$ et la courbe de f

3°) Une entreprise industrielle produit chaque jour x centaine d'objet ($1 \leq x \leq 5$)

On suppose que son bénéfice B exprimé en milliers de dinars est une fonction de x définie sur $[1, 5]$ par $B(x) = f(x)$

Déterminer le nombre d'objets à fabriquer pour que l'usine réalise un bénéfice maximal et donner en dinars ce bénéfice (On donnera les valeurs arrondie à l'unité).