

Exercice n°1: (points)

Lors d'une enquête réalisée par l'infirmière auprès d'élèves de classes de terminale, on apprend que 60 % des élèves sont des filles .De plus 20% des filles et 30% des garçons fument.

1). On choisie un élève au hasard. On note A l'événement <l'élève choisi fume > et F l'événement <l'élève choisi est une fille> et $p(A)$ la probabilité de A

Quelle est la probabilité que :

- a). Cet élève soit un garçon?
b) Cet élève soit une fille qui fume ? c). Cet élève soit un garçon qui fume ?

2). Montrer que $p(A)=0,24$

3). L'enquête permet de savoir que :

Parmi les élèves fumeurs, la moitié ont des parents qui fument ;

Parmi les élèves non fumeurs, la moitié ont des parents non fumeurs. On note B l'événement <l'élève choisi a des parents fumeurs >

a). Calculer les probabilités des événements suivant :

C : < l'élève choisi est fumeur et ses parents sont des fumeurs >

D : < l'élève choisi n'est pas un fumeur et ses parents sont des fumeurs >

b). Calculer $p(B)$.

4). a). Calculer la probabilité qu'un élève fume sachant qu'il a des parents fumeurs.

b) Calculer la probabilité qu'un élève fume sachant qu'il a des parents non fumeurs.

Exercice n°2: (points)

1). On considère la fonction g définie sur IR par $g(x) = xe^{-x}$

a) Dresser le tableau de variation de g sur IR

b) Tracer C_g , la courbe de g, dans un repère orthonormé $(o \vec{i}; \vec{j})$.

c). Calculer A l'aire de la partie du plan limitée par les droites d'équations : $x = 0$; $x = 1$; $y = 0$ et la courbe C_g .

2). on considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{e^x}{e^x - x}$

3). Démontrer que $e^x \neq x \forall x \in \mathbb{R}$

b). Montrer que f est définie et dérivable sur IR

c). Dresser le tableau de variation de f sur IR

d). Tracer C_f , la courbe de f, dans un repère orthonormé $(o \vec{i}; \vec{j})$.



Exercice n°3: (points)

I) soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = 2 + (1-x)e^x$

1) Dresser le tableau de variation de g

2) a/ Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet dans \mathbb{R} une unique solution α et que $1.4 < \alpha < 1.5$

b/ Déduire les signes de $g(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

II) soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{x}{2+e^x}$ et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité : 4 cm)

1) a/ Montrer que f est dérivable sur \mathbb{R} et que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a $f'(x) = \frac{g(x)}{(2+e^x)^2}$

b/ vérifier $f(\alpha) = \frac{\alpha-1}{2}$ et dresser le tableau de variation de f .

2) a/ Montrer que la droite $D : y = \frac{1}{2}x$ est une asymptote à (C_f) au voisinage de $(-\infty)$

b/ Préciser les positions relatives de (C_f) et D .

c/ Tracer alors la droite D et la courbe (C_f) . (on prend $\alpha = 1.5$)

3) Soit $A_\alpha = \int_0^\alpha f(x) dx$

a/ Interpréter graphiquement la valeur de A_α

b/ Vérifier que pour tout $x \in [0, \alpha]$ on a : $3 \leq 2+e^x \leq 2+e^\alpha$

c/ en déduire que $\frac{\alpha(\alpha-1)}{4} \leq A_\alpha \leq \frac{\alpha^2}{6}$.

Exercice n°4: (points)

L'espace est munie d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

On donne les points : $A(2,1,0)$, $B(2,-1,-2)$ et $C(0,1,-2)$

1) a/ Calculer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

b/ Déduire que les points A, B et C Déterminent un plan P dont une équation cartésienne est $P : x + y - z - 3 = 0$.

2) Soit (S) l'ensemble des points $M(x,y,z)$ de l'espace tel que :

$$S : x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z + 5 = 0$$

a/ Montrer que S une sphère dont on précisera le centre I et la rayon R

b/ Montrer que S et P se coupent suivant le cercle C circonscrit au triangle ABC

c/ Montrer que le triangle ABC est équilatéral.

3) Soit Δ la droite passant par I et perpendiculaire au plan P .

a/ Montrer qu'un système paramétrique de Δ est
$$\begin{cases} x = 2 + \alpha \\ y = 1 + \alpha \\ z = -2 - \alpha \end{cases} \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

b/ Déterminer les coordonnées du point d'intersection G du plan P et la droite Δ

c/ Vérifier que G est le centre de gravité du triangle ABC

d/ en déduire le centre et le rayon du cercle C

4) soit le plan $Q : x + 2y - 2z - 2 = 0$

a/ Montrer que Q et S sont tangents en un point H dont on déterminera ses coordonnées

b/ déterminer une équation cartésienne du plan Q' parallèle à Q et tangent à S

