Devoir de synthèse n°03

2018/2019

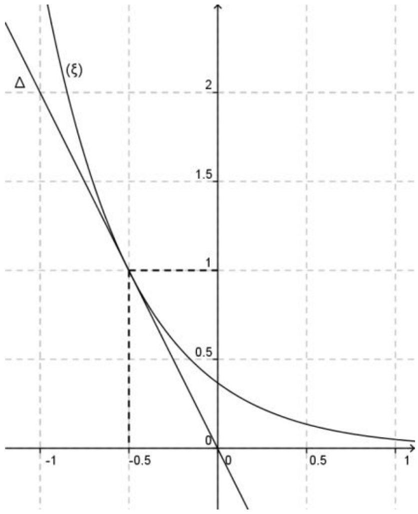
Mr: Fehri Bechir — Durée : 2h — Classes $4^{ème}$ E.G

Exercice 1 : (4points)

Dans la figure ci-contre (ζ) est la courbe représentative de la fonction f définie sur IR par $f(x)=e^{-2x-1}$. Δ est la tangente à la courbe (ζ) au point d'abscisse $-\frac{1}{2}$.

Répondre par vrai ou faux à chacune des propositions suivantes.

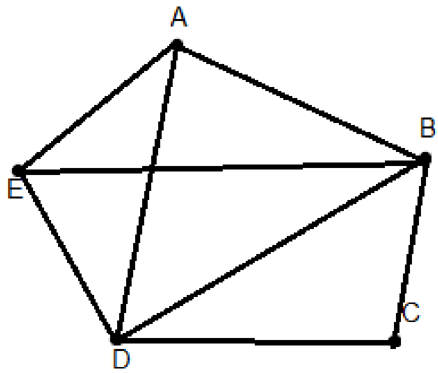
On ne donnera aucune justification.



1. $f(0)=\frac{1}{e}$.
2. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$.
3. Pour tout réel x, $f'(x)=e^{-2x-1}$.
4. Une équation de la tangente Δ est y=-2x.
5. Pour tout réel x, $e^{-2x-1}\geq -2x$.
6. Pour $x>-\frac{1}{2}$, $e^{-2x-1}>1$

Exercice 2 : (6points)

Soit le graphe G ci-contre



1. a) Donner le degré du sommet A du graphe G.

   b) G admet-il un cycle eulérien ? Justifier.

2. a) Prouver que G admet une chaine eulérienne.

   b) Donner un exemple de chaine eulérienne.

3. Les sommets sont écrits dans l'ordre alphabétique.
   Donner la matrice M associée au graphe G.

4. On donne $M^2=\begin{pmatrix}3&2&2&2&2\\2&4&1&3&2\\2&1&2&1&2\\2&3&1&4&2\\2&2&2&2&3\end{pmatrix}$. Combien de chaine de longueur 4 relient- elle les sommets B et D ?

Exercice 3 : (5points)

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ $\textit{par}$ $f(x) = x + \dfrac{2\ln x}{x}$.

On note (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{I};\vec{j}\right)$.

1. Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
2. On admet que le tableau de variation de f est le suivant :
   a) Montrer que l'équation f(x)=0 admet
   Dans IR une unique solution α .
   b) Monter que $0,5 < \alpha < 1$.

x	0		$+\infty$
f'(x)		+	
f(x)		$\nearrow$	

3. a) Montrer que la droite $\Delta : y = x$ est une asymptote à (C_f) au voisinage de $+\infty$.
   b) Etudier la position de (C_f) par rapport à Δ.
4. Tracer Δ et (C_f).
5. Calculer, en unité d'aire, l'aire de la partie du plan limitée par Δ, (C_f) et les droites d'équations : x=1 et x=e.

Exercice 4 : (5points)

Soit f la fonction définie sur IR par f(x) = 1+ x + e^x

On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1/ a) Montrer que pour tout réel x : f '(x) > 1.

b) Dresser le tableau de variation de f .

2/a) Montrer que Δ : y = x + 1 est une asymptote à (C_f) au voisinage de $-\infty$

b) Etudier la position de (C_f) par rapport à Δ .

3/ Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$. Interpréter le résultat graphiquement.

4/a) Montrer que f réalise une bijection de IR sur IR.

b) Montrer que l'équation f(x) = 0 admet une unique solution α et que :-2 < α <-1