

Opérations sur les limites

(u_n) et (v_n) sont deux suites.

f et g sont deux fonctions ayant le même ensemble de définition \mathcal{D} , a est un réel ou $+\infty$ ou $-\infty$ et est une borne de \mathcal{D} , ℓ et ℓ' sont deux réels.

Sommes de suites ou de fonctions

(u_n) a pour limite en $+\infty$	f a pour limite en a	ℓ	ℓ	ℓ	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$
(v_n) a pour limite en $+\infty$	g a pour limite en a	ℓ'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$(u_n + v_n)$ a pour limite en $+\infty$	$f + g$ a pour limite en a	$\ell + \ell'$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$?$

Produits de suites ou de fonctions

(u_n) a pour limite en $+\infty$	f a pour limite en a	ℓ	$\ell > 0$	$\ell > 0$	$\ell < 0$	$\ell < 0$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	0
(v_n) a pour limite en $+\infty$	g a pour limite en a	ℓ'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$\pm\infty$
$(u_n \times v_n)$ a pour limite en $+\infty$	$f \times g$ a pour limite en a	$\ell \times \ell'$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$?$

Quotients de suites ou de fonctions

(u_n) a pour limite en $+\infty$	f a pour limite en a	ℓ	ℓ	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$\pm\infty$	$\ell > 0$ ou $+\infty$	$\ell < 0$ ou $-\infty$	$\ell > 0$ ou $+\infty$	$\ell < 0$ ou $-\infty$	0
(v_n) a pour limite en $+\infty$	g a pour limite en a	$\ell' \neq 0$	$\pm\infty$	$\ell' > 0$	$\ell' < 0$	$\ell' > 0$	$\ell' < 0$	$\pm\infty$	0 en étant > 0	0 en étant > 0	0 en étant < 0	0 en étant < 0	0
$(\frac{u_n}{v_n})$ a pour limite en $+\infty$	$\frac{f}{g}$ a pour limite en a	$\frac{\ell}{\ell'}$	0	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$?$	$+\infty$	∞	$-\infty$	$+\infty$	$?$

Il y a quatre formes indéterminées : les trois formes $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$ et $0 \times \infty$ qui sont en fait une seule et même forme indéterminée et la forme $+\infty - \infty$. Ces formes sont détaillées dans la fiche 16.

Composée de deux fonctions

$$\begin{array}{c} x \xrightarrow{f} f(x) \xrightarrow{g} g(f(x)) \\ \quad \quad \quad \uparrow \\ \quad \quad \quad g \circ f \end{array}$$

a , b et c sont des réels ou $+\infty$ ou $-\infty$.

Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ et $\lim_{y \rightarrow b} g(y) = c$, alors $\lim_{x \rightarrow a} (g \circ f)(x) = c$.