

EXERCICE N°1: 3pts

Pour chacune des questions suivantes une et une seule proposition est exacte. Indiquer la lettre correspondante on ne demande aucune justification

1) Si z_0, z_1, \dots, z_{n-1} sont les racines nième de 1 alors : $z_0 \times z_1 \times \dots \times z_{n-1} =$

a) 1

b) $(-1)^n$

c) $(-1)^{n-1}$

2) Si f est une fonction continue sur $[0, 2]$, dérivable sur $]0, 2[$ telle que: $f(0) = f(2)$

a) f est constante sur $[0, 2]$ b) f s'annule sur $[0, 2]$ c) f' s'annule sur $]0, 2[$

3) soit f une fonction dérivable sur \mathbf{R} telle que : $f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$ et soit g la fonction dérivable sur $\mathbf{R}/\{0\}$ définie par : $g(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$ alors $g'(x) =$

a) $\frac{x^2}{1+x^2}$

b) $\frac{1}{x^2(1+x^2)}$

c) $\frac{-1}{1+x^2}$

4) La transformation complexe R du plan dans lui-même qui à tout point M d'affixe z on associe le point M' d'affixe $z' = -iz + 5 + i$ alors R est une rotation de centre I et d'angle α avec :

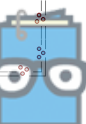
a) $\alpha \equiv -\frac{\pi}{2}[2\pi]$ et $Z_I = 2 - 3i$ b) $\alpha \equiv -\frac{\pi}{2}[2\pi]$ et $Z_I = 3 - 2i$ c) $\alpha \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et $Z_I = 2 + 3i$

EXERCICE N°2: 3pts

Soit (U_n) une suite positive, décroissante de limite nulle définie sur \mathbf{N} .

Et soit (E_n) la suite définie sur \mathbf{N} par :

$$E_n = \sum_{k=0}^n (-1)^k \cdot U_k = U_0 - U_1 + U_2 - \dots + (-1)^n \cdot U_n$$



1) Montrer que la suite (E_{2n}) est décroissante et que (E_{2n+1}) est croissante

2) Montrer que $E_{2n+1} - E_{2n} \leq 0$

3) Dédire que (E_n) est une suite convergente

4) Soit U la suite définie par $U_n = \frac{2}{(n+1)(n+3)}$; $n \in \mathbb{N}$

a) Montrer que U est décroissante et calculer sa limite

b) Vérifier que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a : $U_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+3}$

c) Montrer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-1)^n}{n} = 0$

d) Montrer que $E_n = \frac{1}{2} + \frac{(-1)^n}{n+2} - \frac{(-1)^n}{n+3}$ et déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} E_n$

EXERCICE N°3: 3pts

Soit α un réel de l'intervalle $[0, \pi]$ et E_α l'équation dans \mathbb{C} :

$$E_\alpha: z^2 - 2e^{i\alpha}z + e^{2i\alpha} + 1 = 0.$$

1) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation E_α .

2) Le plan P est rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

On considère les points I, M, M' et M'' d'affixes respectives

$$e^{i\alpha}, ie^{i\alpha}, e^{i\alpha} - i \text{ et } e^{i\alpha} + i.$$

a) Montrer que I est le milieu du segment $[M'M'']$ et que $\overrightarrow{IM''} = \vec{v}$.

b) Placer dans le plan P , les points I et M pour $\alpha \in]0, \frac{\pi}{2}[$ et

construire

les points M' et M'' .

3) a) Montrer que O est un point du cercle (C) de diamètre $[M'M'']$ et que (OM) est la tangente à (C) en O .

b) Déterminer $\alpha \in [0, \pi]$ pour que le triangle $OM'M''$ soit isocèle en O .

EXERCICE N°4: 5pts

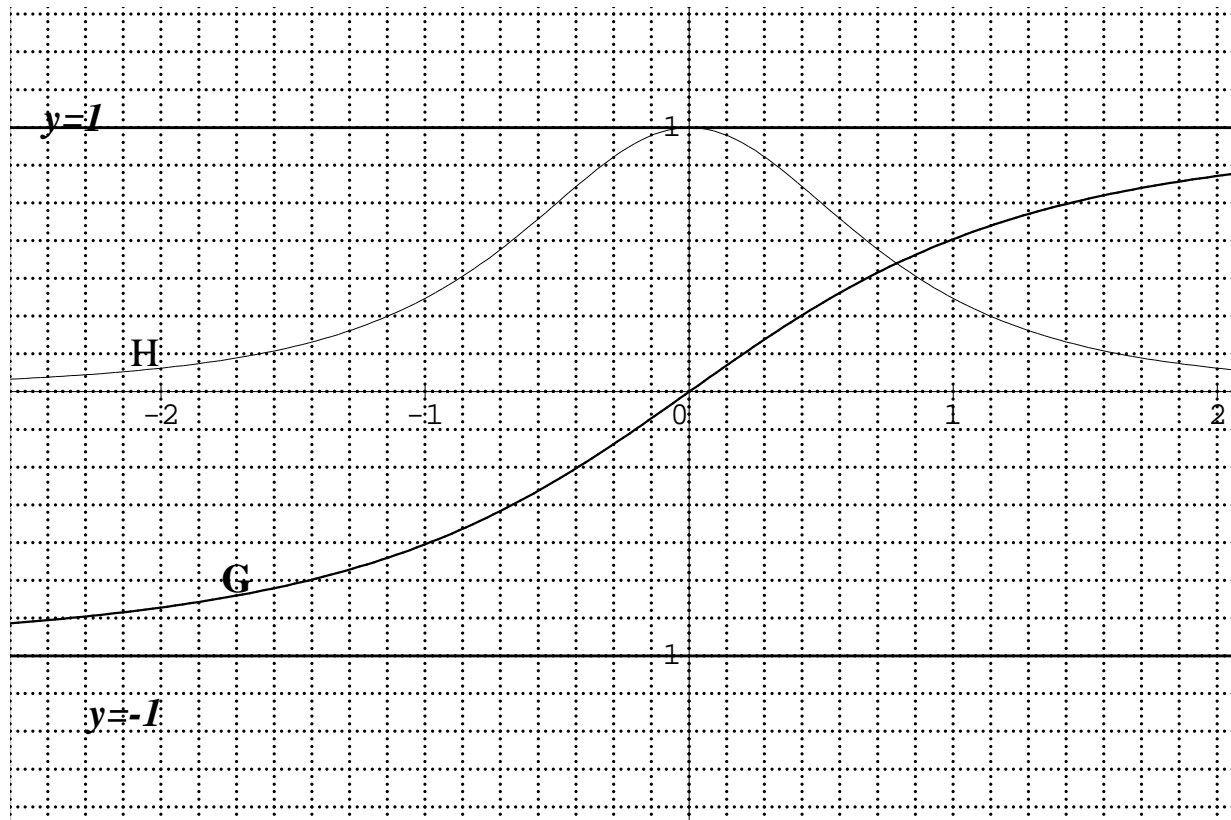
Dans le graphique ci-dessous on a tracé les courbes H et G représentatives



respectivement des fonctions h et g définies sur \mathbf{IR} par :

$$h(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{x}{\sqrt{2+x^2}}$$

qui se coupent en un point A d'abscisse $\alpha \approx 0,78615$



I) Donner le tableau de signe de : $g(x) - h(x)$

II) Soit f la fonction définie sur \mathbf{IR} par : $f(x) = \sqrt{2+x^2} - \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

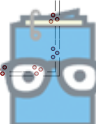
1) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f$

2) Montrer que la droite $\Delta: y = x - 1$ est une asymptote oblique à f au $v(+\infty)$

4) Montrer que : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) + 2x = -\infty$ et interpréter le résultat

5) Montrer que f est dérivable sur \mathbf{IR} et que : $f'(x) = g(x) - h(x)$

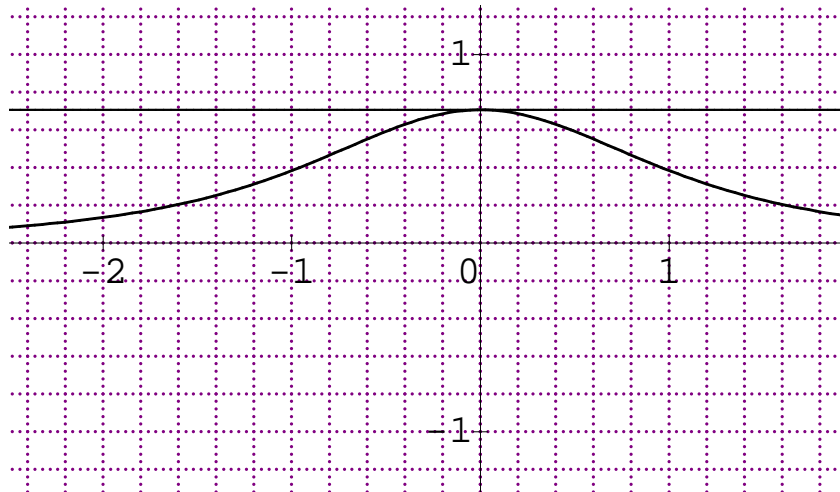
6) Dresser le tableau des variations de f



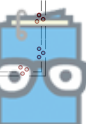
7) On admet que la droite d'équation $y = -2x$ coupe Γ_f la courbe de f au point d'abscisse $\beta = -1,4$. Tracer Γ_f

III) Soit la suite (V_n) définie sur \mathbf{IN} par : $\begin{cases} V_0 = 1 \\ V_{n+1} = g(V_n) \end{cases}$ pour $n \in \mathbf{IN}$

On a tracé la courbe (W) représentative de la fonction g' dérivée de g et la droite (D) d'équation $y = \frac{1}{\sqrt{2}}$



- 1) Montrer que pour tout $n \in \mathbf{IN}$ on a : $0 < V_n \leq 1$
- 2) Montrer que (V_n) est une suite décroissante
- 3) Montrer que (V_n) est une suite convergente et calculer sa limite
- 4) a) Montrer que pour tout $n \in \mathbf{IN}$ on a : $V_{n+1} \leq \frac{1}{\sqrt{2}} V_n$
 b) Dédire que pour tout $n \in \mathbf{IN}$ on a : $V_n \leq \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n$
 c) Retrouver la limite de (V_n)



EXERCICE N°5: 6pts

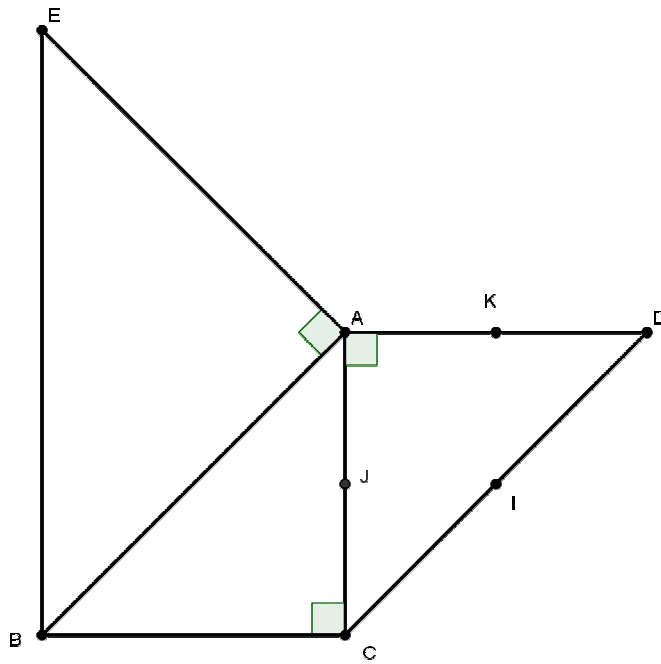
Dans l'annexe ci-joint, on considère le triangle ABC rectangle en C tel que $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ et les deux triangles ACD et ABE isocèles et rectangles en A .

On désigne par I, J et K les milieux respectifs de $[CD]$, $[AC]$ et $[AD]$.

Soit f une isométrie qui envoie A sur D et C sur A

1. On suppose que f fixe un point
 - a) Montrer que f est une rotation
 - b) Donner les éléments caractéristiques de f
 - c) Construire le point $F = f(B)$
 - d) Montrer que les points A, C et F sont alignés
2. Soit R la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et $g = f \circ R$
 - a) Déterminer $g(E)$ puis caractériser g
 - b) En déduire que $AEFD$ est un parallélogramme
3. On suppose que f est sans point fixe
 - a) Montrer que f est une symétrie glissante
 - b) Déterminer les éléments caractéristiques de f
4. Soit φ la rotation de centre I et d'angle $-\frac{\pi}{2}$ et ψ la symétrie glissante de vecteur \overrightarrow{JK} et d'axe (JK) et $h = \varphi \circ \psi^{-1}$
 - a) Quelle est la nature de h
 - b) Déterminer $h(D)$ et $h(A)$; caractériser alors h





BON TRAVAIL



CORRECTION DU DEVOIR DE SYNTHESE N°1:

EXERCICE N°1 :

1) $z^n = 1 \Leftrightarrow z_k = e^{i\frac{2k\pi}{n}}$ avec $k \in \{0, 1; \dots, n-1\}$

Alors $z_0 \times z_1 \times \dots \times z_{n-1} = e^{i0} \times e^{i\frac{2\pi}{n}} \times e^{i\frac{4\pi}{n}} \times \dots \times e^{i\frac{2(n-1)\pi}{n}} = e^{i\frac{2\pi(1+2+\dots+n-1)}{n}}$

Or $1 + 2 + \dots + n - 1 = \frac{(n-1)n}{2}$ alors $z_0 \times z_1 \times \dots \times z_{n-1} = e^{i\frac{2\pi \frac{(n-1)n}{2}}{n}} = e^{i\pi(n-1)} = (e^{i\pi})^{n-1} = (-1)^{n-1}$

La réponse est C

2) f est une fonction continue sur $[0, 2]$, dérivable sur $]0, 2[$ et $f(0) = f(2)$. D'après le théorème de Rolle il existe au moins un réel c tel que $f'(c) = 0$

La réponse est C

3) $g'(x) = \left(\frac{1}{x}\right)' f'\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{x^2} \frac{1}{1+\frac{1}{x^2}} = \frac{-1}{1+x^2}$

La réponse est C

4) $z' = -iz + 5 + i$ on a : $|-i| = 1$ et $\arg(-i) \equiv -\frac{\pi}{2} [2\pi]$ alors R est une rotation d'angle $\alpha \equiv -\frac{\pi}{2} [2\pi]$ et de centre I tel que :

$$z_I = \frac{5+i}{1+i} = \frac{(5+i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{6-4i}{2} = 3 - 2i$$

La réponse est b

EXERCICE N°2:

1) $E_{2(n+1)} - E_{2n} = \sum_{k=0}^{2n+2} (-1)^k \cdot U_k - \sum_{k=0}^{2n} (-1)^k \cdot U_k = (-1)^{2n+2} \cdot U_{2n+2} + (-1)^{2n+1} \cdot U_{2n+1}$
 $= U_{2n+2} - U_{2n+1} < 0$ car U est une suite décroissante

Alors (E_{2n}) est décroissante

$$E_{2(n+1)+1} - E_{2n+1} = \sum_{k=0}^{2n+3} (-1)^k \cdot U_k - \sum_{k=0}^{2n+1} (-1)^k \cdot U_k = (-1)^{2n+3} \cdot U_{2n+3} + (-1)^{2n+2} \cdot U_{2n+2}$$
$$= U_{2n+2} - U_{2n+3} > 0$$
 car U est une suite décroissante

Alors (E_{2n+1}) est décroissante

2) $E_{2n+1} - E_{2n} = \sum_{k=0}^{2n+1} (-1)^k \cdot U_k - \sum_{k=0}^{2n} (-1)^k \cdot U_k = (-1)^{2n+1} \cdot U_{2n+1} = -U_{2n+1} \leq 0$
Car la suite U est positive

3) On a ; * (E_{2n}) est décroissante et (E_{2n+1}) est décroissante

* $E_{2n+1} \leq E_{2n}$

* $\lim_{n \rightarrow +\infty} E_{2n+1} - E_{2n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} -U_{2n+1} = 0$



Donc les suites (E_{2n}) et (E_{2n+1}) sont adjacentes et convergent vers la même limite et par suite (E_n) est une suite convergente

4) a) Soit $f(x) = \frac{2}{x^2+4x+3}$ on a : $U_n = \frac{2}{(n+1)(n+3)} = f(n)$; la suite et la fonction ont les mêmes variations f est une fonction rationnelle dérivable sur $[0, +\infty[$ $f'(x) = \frac{-2(2x+4)}{(x^2+4x+3)^2} < 0$ pour tout $x \in [0, +\infty[$

alors U est décroissante et $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x^2+4x+3} = 0$

b) on a : $\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+3} = \frac{n+3-n-1}{(n+1)(n+3)} = \frac{2}{(n+1)(n+3)} = U_n$

c) Soit $t_n = \frac{(-1)^n}{n}$; $\lim_{n \rightarrow +\infty} t_{2n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-1)^{2n}}{2n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{2n} = 0$

et $\lim_{n \rightarrow +\infty} t_{2n+1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-1)^{2n+1}}{2n+1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-1}{2n+1} = 0$

Donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-1)^n}{n} = 0$

d) On a : $E_0 = \sum_{k=0}^0 (-1)^k \cdot U_k = (-1)^0 \cdot U_0 = U_0 = \frac{2}{3}$ et d'autre part

On a : $\frac{1}{2} + \frac{(-1)^0}{0+2} - \frac{(-1)^0}{0+3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ la propriété est vraie pour $n=0$

Supposons que $E_n = \frac{1}{2} + \frac{(-1)^n}{n+2} - \frac{(-1)^n}{n+3}$ et montrons que $E_{n+1} = \frac{1}{2} + \frac{(-1)^{n+1}}{n+3} - \frac{(-1)^{n+1}}{n+4}$

On a : $E_{n+1} =$

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{n+1} (-1)^k \cdot U_k &= \sum_{k=0}^n (-1)^k \cdot U_k + (-1)^{n+1} U_{n+1} = E_n + (-1)^{n+1} \left(\frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+4} \right) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{(-1)^n}{n+2} - \frac{(-1)^n}{n+3} + \frac{(-1)^{n+1}}{n+2} - \frac{(-1)^{n+1}}{n+4} = \frac{1}{2} + \frac{(-1)^n}{n+2} - \frac{(-1)^n}{n+2} + \frac{(-1)^{n+1}}{n+3} - \frac{(-1)^{n+1}}{n+4} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{(-1)^{n+1}}{n+3} - \frac{(-1)^{n+1}}{n+4} \quad \text{CQFD} \end{aligned}$$

D'après le principe de récurrence on pour tout entier naturel n on :

$E_n = \frac{1}{2} + \frac{(-1)^n}{n+2} - \frac{(-1)^n}{n+3}$ et on a : $E_n = \frac{1}{2} + \frac{(-1)^{n+2}}{n+2} + \frac{(-1)^{n+3}}{n+3}$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} E_n = \frac{1}{2}$

EXERCICE N°3:

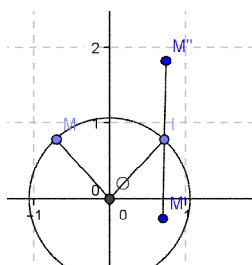
1) $\Delta = (-2e^{i\alpha})^2 - 4(e^{2i\alpha} + 1) = -4 = (2i)^2$ alors $2i$ est une racine carrée de Δ

$z_1 = \frac{2e^{i\alpha} - 2i}{2} = e^{i\alpha} - i$; $z_2 = \frac{2e^{i\alpha} + 2i}{2} = e^{i\alpha} + i$ $S_C = \{e^{i\alpha} - i ; e^{i\alpha} + i\}$

2) a) $\frac{z_{M'} + z_{M''}}{2} = \frac{e^{i\alpha} + i + e^{i\alpha} - i}{2} = e^{i\alpha} = z_I$ alors I est le milieu du segment $[M'M'']$

Et on a : $\text{aff}(\overrightarrow{IM''}) = z_{M''} - z_I = i = z_{\vec{v}}$ alors $\overrightarrow{IM''} = \vec{v}$.

b)



3)a) $\frac{\text{aff}(\overline{OM'})}{\text{aff}(\overline{OM})} = \frac{e^{i\alpha+i}}{e^{i\alpha-i}} = \frac{(e^{i\alpha+i})(e^{-i\alpha+i})}{(e^{i\alpha-i})(e^{-i\alpha+i})} = \frac{i \cos \alpha}{1 - \sin \alpha} \in i\mathbb{R}$ alors $OM'M'$ est un triangle rectangle en 0 donc 0 appartient au cercle de diamètre $[M'M']$.

I le milieu de $[M'M']$ donc I est le centre du cercle alors $[OI]$ est

Un rayon du cercle et on a : $\frac{\text{aff}(\overline{OM})}{\text{aff}(\overline{OI})} = \frac{ie^{i\alpha}}{e^{i\alpha}} = i \in i\mathbb{R}$ donc (OM) est tangente au cercle

b) $OM'M'$ est isocèle en 0 équivaut à (OI) est la médiatrice de $[M'M']$

Signifie que $\frac{\text{aff}(\overline{M'M'})}{\text{aff}(\overline{OI})} \in i\mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{2i}{e^{i\alpha}} \in i\mathbb{R} \Leftrightarrow e^{i\alpha} \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \alpha \in \{0, \pi\}$

EXERCICE N°4:

I) $g(x) - h(x) \leq 0$ pour tout $x \in]-\infty, \alpha]$

$g(x) - h(x) \geq 0$ pour tout $x \in [\alpha, +\infty[$

II) 1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2+x^2} - \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2+x^2} - \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x^2}+1}} = +\infty$ et

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f = \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{2+x^2} - \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{2+x^2} + \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x^2}+1}} = +\infty$

2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (x-1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2+x^2} - \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} - x + 1 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2+x^2} - x - \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x^2}+1}} + 1$

$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{\sqrt{2+x^2}+x} - \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x^2}+1}} + 1 = 0$ alors la droite $\Delta: y = x - 1$ est une

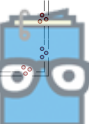
Asymptote oblique à f au $v(+\infty)$

3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) + 2x = \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{2+x^2} - \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} + 2x = \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{2+x^2} + 2x + \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x^2}+1}}$

$= \lim_{x \rightarrow -\infty} -x \sqrt{\frac{2}{x^2}+1} + 2x + \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x^2}+1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x \left(-\sqrt{\frac{2}{x^2}+1} + 2 \right) + \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x^2}+1}} = -\infty$

4) $x \mapsto 2+x^2$ est une fonction polynôme dérivable strictement positive sur \mathbb{R} donc $x \mapsto \sqrt{2+x^2}$ est dérivable sur \mathbb{R}

$x \mapsto 1+x^2$ Et $x \mapsto x$ sont deux fonctions polynômes dérivables sur \mathbb{R} et $1+x^2 > 0$ Alors $x \mapsto \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ est dérivable sur \mathbb{R}



Conclusion : f est dérivable sur \mathbb{R}

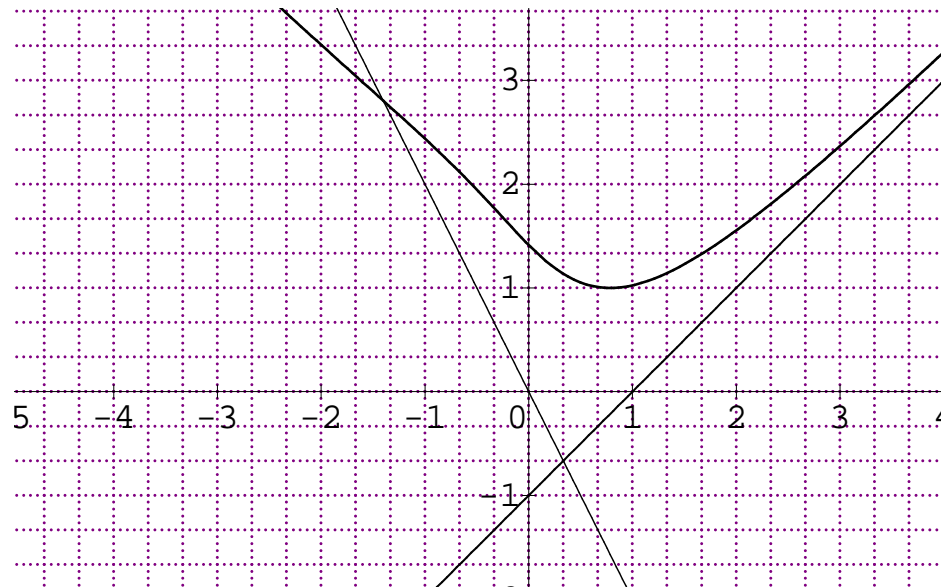
$$f'(x) = \frac{(2+x^2)'}{2\sqrt{2+x^2}} - \frac{(x)'\sqrt{1+x^2} - (x)\cdot(\sqrt{1+x^2})'}{\sqrt{1+x^2}^2} = \frac{x}{\sqrt{2+x^2}} - \frac{\sqrt{1+x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}}}{\sqrt{1+x^2}^2} = \frac{x}{\sqrt{2+x^2}} - \frac{1+x^2-x^2}{\sqrt{1+x^2}^3} =$$

$g(x) - h(x)$

5)

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	-		+
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$

6)



III) 1) On a $0 < V_0 = 1 \leq 1$ la proposition est vraie

Supposons que $0 < V_n \leq 1$ et montrons que $0 < V_{n+1} \leq 1$

On a : $0 < V_n \leq 1$ et g est une fonction croissante sur \mathbb{R} d'après la courbe représentative donc $g(0) < g(V_n) \leq g(1)$ alors $0 < V_{n+1} \leq \frac{1}{\sqrt{3}} \leq 1$

D'après le principe de récurrence on a : pour tout $n \in \mathbb{N}$:

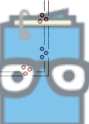
$0 < V_n \leq 1$

$$2) V_{n+1} - V_n = \frac{V_n(1-\sqrt{2+v_n^2})}{\sqrt{2+v_n^2}} = -\frac{V_n(1+v_n^2)}{\sqrt{2+v_n^2} \cdot (1+\sqrt{2+v_n^2})} < 0$$

donc (V_n) est une suite décroissante

3) on a : (V_n) est une suite décroissante minorée par 0 alors (V_n) converge

On a : $V_{n+1} = g(V_n)$; (V_n) converge vers L ; $L \in [0,1]$



et g est continue sur $[0,1]$ alors $g(L) = L \Leftrightarrow L = L\sqrt{1+L^2} \Leftrightarrow L(1 - 1+L^2) = 0$

$$\Leftrightarrow L = 0 \text{ ou } \sqrt{1+L^2} = 1 \Leftrightarrow L = 0$$

Donc (V_n) converge vers zéro

4) a) On a : $\begin{cases} g \text{ est dérivable sur } [0,1] \\ |g'(x)| \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ pour } x \in [0,1] \text{ donnée par la courbe de } g' \end{cases}$

$v_n \in [0,1]$ et $0 \in [0,1]$

D'après les inégalités des accroissements finis on a :

$$|g(V_n) - g(0)| \leq \frac{1}{\sqrt{2}} |V_n - 0| \Leftrightarrow |V_{n+1}| \leq \frac{1}{\sqrt{2}} |V_n| \Leftrightarrow V_{n+1} \leq \frac{1}{\sqrt{2}} V_n$$

car $V_n > 0$ et $V_{n+1} > 0$

b) Principe de récurrence

c) On a : $0 < V_n \leq \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n = 0$ car $\frac{1}{\sqrt{2}} \in]-1,1[$

Alors (V_n) converge vers zéro

EXERCICE N°5:

1)a) f fixe un point alors f est soit l'identité du plan soit une rotation soit une symétrie orthogonale. On a $f(A) = D \neq A$ donc f n'est pas l'identité

du plan. Supposons que f est une symétrie orthogonale d'axe Δ

$S_\Delta(A) = D$ alors $\Delta \perp (AD)$ et $S_\Delta(C) = A$ alors $\Delta \perp (AC)$ donc (AD) et (AC) sont parallèles ceci est faux donc f n'est pas une symétrie orthogonale alors

f est une rotation

b) f est une rotation .soit α son angle on a :

$$\alpha \equiv (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DA}) [2\pi]$$

$$\equiv (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}) + \pi [2\pi]$$

$$\equiv -\frac{\pi}{2} [2]$$

Le centre de f est l'intersection des médiatrices des segments $[AD]$ et $[AC]$

Qui sont (KI) et (IJ) donc I est le centre de f

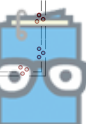
c) construction du point F

d) $f(B) = F$ et $f(C) = A$ alors (AF) et (BC) sont perpendiculaires

et comme (AC) et (BC) sont perpendiculaires alors (AC) et (AF) sont parallèles

donc A, F et C sont alignés

2)a) $g(E) = f \circ R(E) = f(B) = E$.



G est la composée de deux déplacements donc g est un déplacement d'angle

Dont une mesure $\beta \equiv -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}[2\pi] \equiv 0[2\pi]$ donc g est une translation et comme

$$g(E) = E \quad \text{Alors } g = t_{\overline{EF}}$$

b) On a : $g(A) = f \circ R(A) = f(A) = D$ donc $t_{\overline{EF}}(A) = D$ alors $\overline{EF} = \overline{AD}$ et par suite

EFDA est un parallélogramme

3)a) f est sans point fixe lors f soit une translation soit une symétrie glissante. Supposons que f est une translation de vecteur \vec{u}

alors $t_{\vec{u}}(A) = D$ et $t_{\vec{u}}(C) = A$ alors $\vec{u} = \overline{AD} = \overline{CA}$ ceci est impossible alors

f est une symétrie glissante

b) $f = t_{\vec{u}} \circ S_{\Delta} = S_{\Delta} \circ t_{\vec{u}}$ et \vec{u} est un vecteur directeur de Δ

on a : $f \circ f = t_{2\vec{u}}$ et $f \circ f(C) = f(A) = D$ alors $2\vec{u} = \overline{CD}$ alors $\vec{u} = \overline{CI}$

de plus $f(C) = A$ alors $K \in \Delta$ et $f(A) = D$ alors $J \in \Delta$ donc $\Delta = (JK)$

Conclusion : $f = t_{\overline{CI}} \circ S_{(JK)}$

4a) φ est un déplacement et ψ est un antidéplacement alors ψ^{-1} est aussi un

Antidéplacement donc h est un antidéplacement

b) $h(D) = \varphi \circ \psi^{-1}(D) = \varphi(A) = D$ et on a : $h(A) = \varphi \circ \psi^{-1}(A) = \varphi(C) = A$

h est un antidéplacement qui fixe deux points distincts alors h est une symétrie orthogonale $\Rightarrow h = S_{(AD)}$

BON TRAVAIL

