L.TATAOUINE	*Mathématiques*	KHEBIR R
5/11/2018	Devoir de Controle №1	4 MATHS1

EXERCICE 1(4points)

Dans la figure ci- contre C_f est la représentatived'une fonction f définie sur]-3,2]

passant par $A(2,\frac{1}{2})$ et B(-1,0) admet une asymptote verticale d'équation x = -3

et C_g la courbe représentatived'une fonction g définie sur]-∞,2] passant par B et C(0, -1)

et la droite d'équation y =3 est une asymptote à $C_g$au voisinage de - ∞

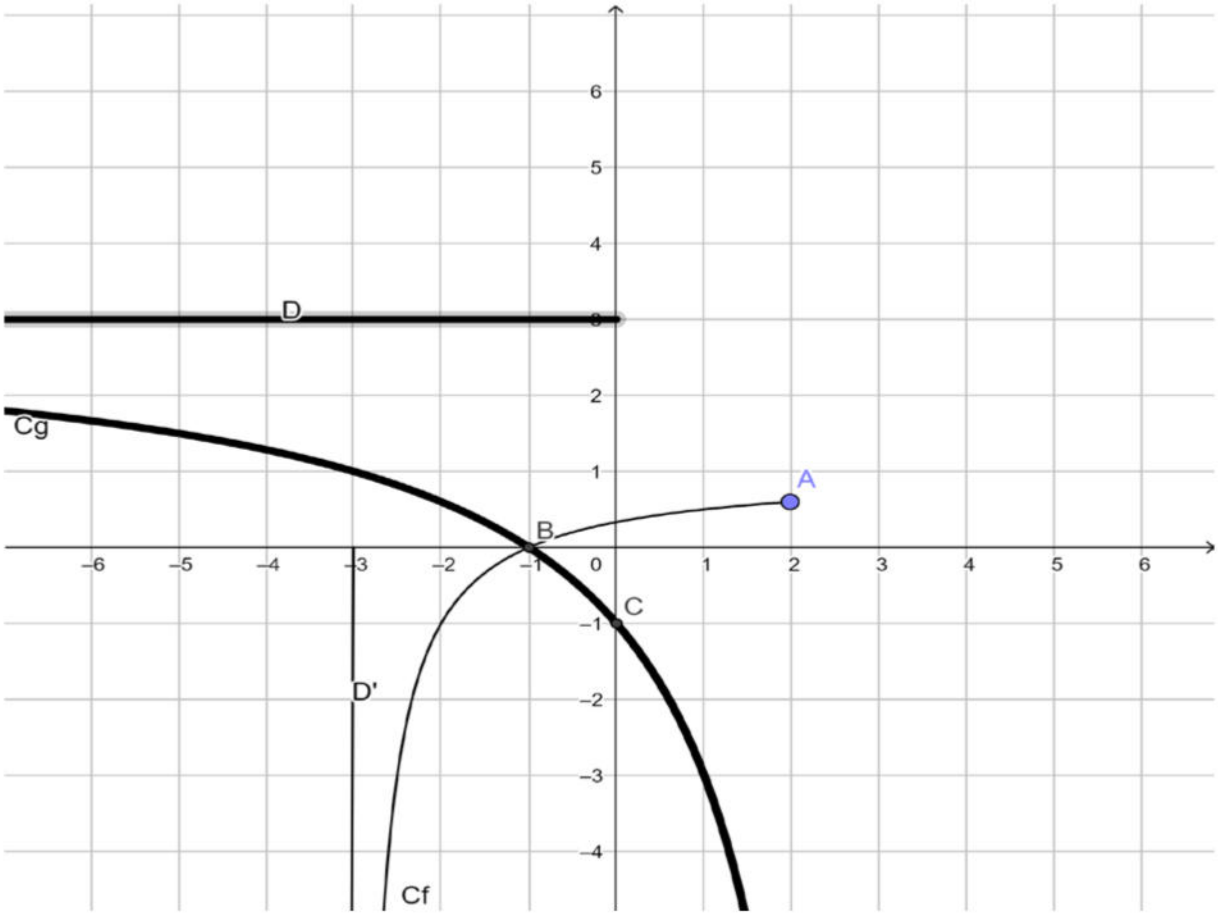
Soit h la fonction définie sur [-3,2] par $h(x) = \begin{cases} gof(x) & si -3 < x \leq 2 \\ 3 \quad si & x = -3 \end{cases}$

1/ Déterminer h(-1) et $\lim_{x \to -3} h(x)$

2/Montrer que h est continue sur [-3,2]

3/ Montrer que h est décroissante sur]-3,2]

4/Déterminer le point d'intersection de $C_h$avec l'axedes abscisses



EXERCICE 2(8points)

Pour tout entier n≥ 1 , la fonction f_n définie sur [0,+∞[par $f_n(x) = x + n\sqrt{\frac{x}{x+1}}$

1/ a-Déterminer $\lim_{x\to+\infty} f_1(x)$, $\lim_{x\to+\infty} \frac{f_1(x)}{\sqrt{x}}$

b-Montrer que $\lim_{x\to0^+} \frac{f_1(x)}{\sqrt{x}}$=1

2/ Soit g la fonction définie sur [0,+∞ [par $g(x) = \begin{cases} \frac{\sin(f_1(x))}{\sqrt{x}} & si\ x > 0 \\ 1 & si\ x = 0 \end{cases}$

a- Montrer que g est continue a droite en 0
b- Déterminer limite de g en + ∞

3/a- Montrer que pour tout entier n≥1 , la fonction f_n est croissante sur [0,+∞ [

b-déduire que l'équation $f_n(x) = 1$ admet unique solution a_n,dans]0,1[

4/a- Montrer que pour tout entier n≥1 , , $f_{n+1}(a_n) \geq 1$

b- En déduire que la suite a_n estdécroissante puis montrer alors que la suite est convergente

EXERCICE 2(8points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé (0 , OI, OJ)

On désigna par B , A , M(M distinct de A)et M' les points d'affixes respectives a ,1 , z et z'=$\frac{z-a}{z-1}$

1/On pose **a = 1 +** $\boldsymbol{e^{i2\theta}}$

a-Montrer que M et M' sont confondus **si et seulement si** $z^2 - 2z + 1 + e^{i2\theta} = 0$
b-Résoudre dans C l'équation $z^2 - 2z + 1 + e^{i2\theta} = 0$

2/ **Dans la suite de l'exercice On pose a = 2** et Soit $\propto \neq 2k\pi$ ou k est entier

a-Montrer que pour tout $\propto \neq 2k\pi$ ou k est entier $\frac{1}{1-e^{i\propto}} = \frac{1}{2} + i\frac{1}{2}cotan(\frac{\propto}{2})$
b-Déduire que$z' = e^{i\propto}$**équivaut à** z = $\frac{3}{2} + \frac{1}{2}icotan(\frac{\propto}{2})$

3/ a-Déterminer et construire l'ensemble Δ des points M d'affixe z du plan tels que$\left|\frac{z-2}{Z-1}\right|$ = 1

b-Déterminer et construire l'ensemble Γ des points M d'affixe z du plan/ $arg\left(\frac{z-2}{z-1}\right) \equiv \frac{\pi}{6}[2\pi]$

4/Soit P le point d'intersection de Δ et Γ .On note p l'affixe du point P

a-Construire le point P

b-Vérifier que $\frac{p-2}{p-1} = e^{i\frac{\pi}{6}}$ déduire l'affixe **p** du point P

L.TATAOUINE	*Mathématiques*	KHEBIR R
5/11/2018	Devoir de Controle №1	4 MATHS1