

Exercice N°1(2 points)

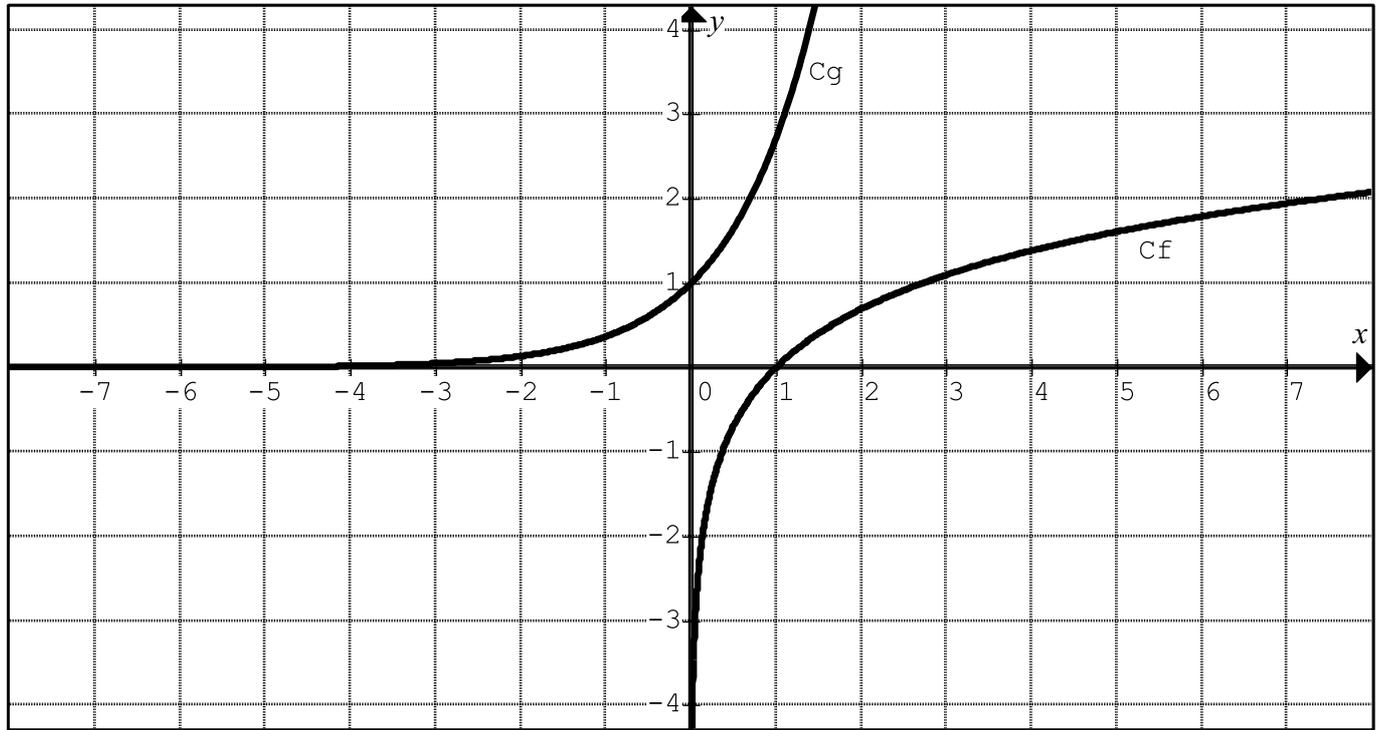
Pour les deux questions suivantes, une seule des trois réponses est exacte. Le candidat indiquera sur la copie sans justification le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie

- 1) Soient Δ_1 , Δ_2 et Δ_3 trois droites strictement parallèles l'isométrie $f = S_{\Delta_1} \circ S_{\Delta_2} \circ S_{\Delta_3}$ est une :
a) symétrie orthogonale b) symétrie glissante c) une translation
- 2) Soit f un déplacement, g un antideplacement tels que $f(A)=B$ et $g(B)=A$ avec $A \neq B$. Alors $g \circ f$ est:
a) une symétrie glissante b) symétrie orthogonale c) translation

Exercice N°2(3points)

On considère les deux courbes C_f et C_g suivantes des fonctions f et g telles que : la fonction g est dérivable sur \mathbb{R} et pour tout réel x on a $g'(x) = g(x)$, la droite $x=0$ est une asymptote oblique à C_g

La fonction f est dérivable sur $]0, +\infty[$ et que $g'(x) = \frac{1}{x}$



- 1) Déterminer graphiquement
a) $g(0)$, $f(1)$, $f \circ g(0)$, $f'(1)$ et $g'(1)$
b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$
- 2) Soit la fonction h définie sur \mathbb{R} par $h(x) = f \circ g(x) - x$
a) Montrer que h est dérivable sur \mathbb{R}
b) Calculer $h'(x)$ pour tout réel x

c) En déduire l'expression de $f \circ g(x)$ pour tout réel x

Exercice N°3(5 points)

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - 1 \right)$

1) a) Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}$ on a : $f'(x) = \frac{1}{2(\sqrt{x^2+1})^3}$

b) Dresser le tableau de variation de f

c) Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}, |f'(x)| \leq \frac{1}{2}$

2) a) Ecrire l'équation de la tangente (T) a (C_f) au point d'abscisse 0

b) Soit $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}(x-1)$. Dresser le tableau de variation de g sur \mathbb{R}

c) Calculer $g(0)$, déterminer le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x . En déduire les positions relatives de (C_f) et (T). Conclure

3) Montrer que f réalise une bijection de \mathbb{R} sur un intervalle J que l'on précisera

4) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une solution unique $\alpha \in]-1, 0[$

5) Préciser les asymptotes de (C_f). Tracer (C_f), (T) et (C_f^{-1}) dans le même repère

6) Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout x de J

Exercice N°4(5points)

Soit ABC un triangle isocèle et rectangle tel que $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ et soit O le milieu de $[AC]$. On

désigne par I le milieu de $[OB]$ et par D le symétrique de O par rapport à (BC) . Soit J le point d'intersection des droites (AD) et (BC)

1) a) Montrer qu'il existe un unique déplacement f tel que $f(A) = C$ et $f(O) = D$

b) Montrer que f est la rotation de centre B et d'angle $-\frac{\pi}{2}$

c) Soit $K = f(I)$. Montrer que K est le milieu de $[BD]$ et en déduire que les points O, J et K sont alignés

2) On pose $g = S_{(BO)} \circ S_{(AB)} \circ f^{-1}$

a) Déterminer $g(B)$ et $g(C)$

b) En déduire que $f^{-1} = S_{(AB)} \circ S_{(BO)}$

3) On pose $h = S_{(OD)} \circ f^{-1}$. On désigne par Δ la médiatrice du segment $[BD]$

- a) Montrer que h est la symétrie glissante d'axe Δ et de vecteur \overline{BO}
- b) Déterminer l'ensemble des points M du plan tel que $h(M) = f^{-1}(M)$
- c) Caractériser l'application $S_{(BO)} \circ h$

Exercice N°5(5 points)

Dans le plan orienté on considère un losange $ABCD$ tel que $(\overline{AB}, \overline{AD}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$, E le symétrique de A par rapport à B . Soit f l'application du plan P dans lui-même définie par $f(A)=B, f(B)=D$ et $f(D)=C$

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(A, \overline{AB}, \overline{AB'})$

- 1) Vérifier que dans ce repère le point D a pour affixe $z_D = e^{i\frac{\pi}{3}}$ et $z_C = 1 + e^{i\frac{\pi}{3}}$
- 2) On admet que l'expression complexe de f dans le repère R est : $f(M(z)) = M'(z')$ tel que $z' = a\bar{z} + b$
 - a) En utilisant $f(A)=B$ et $f(B)=D$, montrer que $z' = e^{i\frac{2\pi}{3}}\bar{z} + 1$
 - b) Montrer que $BM' = AM$, en déduire que f est une isométrie du plan
 - c) Déterminer l'ensemble des points invariants par f , puis déterminer la nature de f
- 3) Soit l'antidépacement g du P dans le plan qui au point $M(z)$ associe le point $M'(z')$ tel que $z' = e^{i\frac{2\pi}{3}}\bar{z} + 1 - e^{i\frac{2\pi}{3}}$. Déterminer $g(B)$ et $g(C)$; déduire la nature de g
- 4) Soit t la translation de vecteur \overline{AB} , écrire l'expression complexe de t puis celle de $g \circ t$ et vérifier que $f = g \circ t$
- 5) Déterminer l'affixe du point $F = f(E)$ et montrer en utilisant les affixes que les points D, B et F sont alignés et les droites (CB) et (CF) sont perpendiculaires

*****BON TRAVAIL *****