Lycée Mahmoud Elmesaadi ELFAHS	DEVOIR DE SYNTHESE N° 1	Prof :Ben HMIDENE. T	
Le 3-12-2013	MATHEMATIQUES	4Math	Durée :3h

Exercice n°1(4points) :

Répondre par vraie ou faux avec justification

1)Soit (u_n) une suite définie par $u_n = \frac{7^n+2^n}{3^n-2^n}$ alors $\lim_{n\to+\infty} u_n = +\infty$

2)Toute suite croissante et non majorée est divergente

3)Soit ABCD un carre de sens direct alors l'application

$f = S_{(AB)} \, 0 \, S_{(AC)} 0 \, R_{(O,\pi)}$ est une translation

4)Soit $f(x)=(x^2+2x)(x-1)^2$ alors l'equation $f'(x)=0$ admet au moins 2 solutions.

Exercice n°2(5points) :

Dans l'annexe ci-joint, on considère le triangle ABC rectangle en C tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}\,[2\pi]$ et les deux triangles ACD et ABE isocèles et rectangles en A . On désigne par I, J et K les milieux respectifs de [CD], [AC] et [AD] .

1)montrer qu' il existe un seul déplacement f qui envoie A sur D et C sur A

a)Montrer que f est une rotation

b) Donner les éléments caractéristiques de f

c)Construire le point F = f (B)

d) Montrer que les points A,C et F sont alignés

2) Soit r la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et g = f o r

a)Déterminer g(E)

b) Montrer que g est une translation et déterminer son vecteur

c)En déduire que AEFD est un parallélogramme

3)Montrer qu'il existe un seul antidéplacement h tel que h (A)= D et h(C)=A

a)Montrer que h est une symétrie glissante

b) Déterminer son axe Δ et son vecteur $\vec{u}$

Exercice n°3(5points) :

Soit (u_n) la suite définie par $u_0=4$ et $u_{n+1} = \frac{u_n^2-3u_n+6}{u_n-1}$

1) Montrer que pour tout $n\geq 0$, $3\leq u_n \leq 4$

2)a) Montrer que (u_n) est décroissante.

b) En déduire que (u_n) est convergente et déterminer sa limite.

3)a)Montrer que pour tout n ≥0 on a, $0 \leq u_{n+1} - 3 \leq \frac{1}{2}(u_n - 3)$

b) En déduire que pour tout n ≥ 0 on a , $0 \leq u_n - 3 \leq (\frac{1}{2})^n$

4) On admet que pour tout n ≥ 4 ; $2^n \geq n^2$

soit $v_n = n\ (u_n - 3)$

a)Montrer que pour tout n≥ 4 $v_n \leq \frac{1}{n}$

b) Déterminer alors $\lim_{n\to+\infty} v_n$

Exercice n°4(6points) :

1)a)Calculer $(1 - 2i\sqrt{3})^2$

b)Résoudre dans C l'équation $z^2 + z + 3 + i\sqrt{3} = 0$.

2)Soit m un paramètre complexe

et l'équation $(E_m) : z^2 + mz + (3 + i\sqrt{3})m^2 = 0$

a)Résoudre dans C l'équation (E_m)

b) On pose $m = e^{i\theta}$, $\theta \in]0, \frac{\pi}{2}[$ *mettre les solutions de* (E_m) *sous forme exponentielle*

3) On muni le plan complexe d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ *on considère Les points* $A(e^{i\theta})$, $M(-i\sqrt{3}\ e^{i\theta})$ *et* $M'((-1+i\sqrt{3})\ e^{i\theta})$

a)Déterminer une mesure de l'angle $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{OM'})$

b) Déterminer l'ensemble des points I milieu du segment [M M']

4)a)Résoudre dans C, $z^4 = 8(-1 + i\sqrt{3})$

b)Soit $x \neq (2k + 1)$ *ou k un entier montrer que* $\frac{2-z}{z} = e^{ix} \Leftrightarrow z = 1 - i\tan\frac{x}{2}$

c)En déduire une résolution de l'équations $(4 - 2z)^4 = 8(-1 + i\sqrt{3})z^4$.

BON TRAVAIL

<u>ANNEXE :</u>

Nom et Prénom :