| | | |
|---|---|---|
| Lycée secondaire : Ibn Rochd | | Année scolaire : 2013-2014 |
| Prof : MAATALLAH | Devoir de Synthèse n° 1 | Classe : 4Tec$_2$ |
| Epreuve : Mathématiques | Date : 04-12-2013 | Durée : 2 heures |

## Exercice n° 1 : (3 points)

*Pour chaque question une seule réponse est exacte. Aucune justification n'est demandée.*

**1/** L'équation (E) : $z^2-(2i+1)z+2i=0$ admet dans ℂ deux solutions $z_1$ $et$ $z_2$.Un argument de $z_1.z_2$ est :

**a)** $\pi$ **b)** $\frac{\pi}{2}$ **c)** $-\frac{\pi}{2}$ **d)** $\frac{\pi}{4}$ **e)** $-\frac{\pi}{4}$

**2/**L'équation (E) : $-i5z^2-(3i-4)z+5i=0$ admet dans ℂ deux solutions $z_1$ $et$ $z_2$ alors :

**a)** $|z_1+z_2|=7$ **b)** $|z_1+z_2|=5$ **c)** $|z_1+z_2|=1$ **d)** $|z_1+z_2|=3$ **e)** $|z_1+z_2|=4$

3/ Soit $z\in\mathbb{C}$ vérifiant $2z+|z|=-1+8i$ . L'écriture algébrique de $z$ est :

**a)** $z=-1+2i$ **b)** $z=1-2i$ **c)** $z=-3+4i$ **d)** $z=3-4i$ **e)** $z=2-5i$

**4/** Soit les fonctions $f$ et $g$ définies par : $f(x)=(2x^2+2)\sin\left(\frac{1}{x^2+1}\right)$ et $g(x)=\frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}$ alors $\lim\limits_{x\to+\infty} g\circ f(x)=$

**a)** 0 **b)** $\frac{1}{2}$ **c)** $+\infty$ **d)** 1 **e)** $\frac{1}{4}$

## Exercice n° 2: (5 points)

1/ Résoudre dans ℂ l'équation : $z^2-(4+i)z+5+5i=0$.

2/ Soit ( E) : $z^3-(2+i)z^2-(3-3i)z+10+10i=0$.

a) Montrer que (E) admet une racine réelle $z_0$ *que l'on déterminera.*

b) Résoudre alors *(E ).*

3/Le plan P est muni d'un repère orthonormé direct $(o,\vec{u},\vec{v})$.On considère les points A , B et C d'affixes respectives $3+i$ , $1-2i$ et $-2$.

a) Montrer que le triangle ABC est isocèle et rectangle.

b) Déterminer l'affixe du point D pour que ABCD soit un carré .

c) Déterminer les racines cubiques de $-2$

4/ Soit $f: P\setminus\{B\}\to P$ ; $M(z)\mapsto M'(z')$ tel que $z'=\frac{z-3-i}{iz-2-i}$

a) Vérifier que OM'.BM=AM

b) Montrer que si M se déplace sur la médiatrice de $[AB]$ , alors M' se déplace sur un cercle qu'on précisera.

## Exercice n° 3 : (6 points)

1/ Soit $f$ la fonction définie sur ℝ par :$f(x)=x-2+\sqrt{3+x^2}$ . $C_f$ est sa courbe dans un R. O. N $(O,\vec{i},\vec{j})$.

a) Etudier les variations de $f$ .

b) Montrer que la droite $\mathcal{D}$ d'équation :$y=2x-2$ est une asymptote à la courbe $C_f$ au voisinage de $+\infty$

c) construire la courbe $C_f$ et la droite $\mathcal{D}$ .

2/ Résoudre dans ℝ l'équation $f(x)=x$ puis interpréter graphiquement le résultat.

3/ a) Montrer que $f$ réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle $J$ qu'on précisera .

b) Montrer que ∀$x$ ∈ $J$ on a : $f^{-1}(x)=\frac{x^2+4x+1}{2(x+2)}$

c) Construire la courbe $C_{f^{-1}}$ dans le même repère .

## Exercice n° 4 : (6 points)

1/ A l'aide du graphique donner le domaine de définition et de continuité de $f$ .

2/ En se justifiant du graphique , déterminer les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ , $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\dfrac{f(x)}{x}\right]$

$\lim\limits_{x\to-3}\left[\dfrac{f(x)-3}{x+3}\right]$ , $\lim\limits_{x\to(-1{,}45)^+}\left[\dfrac{f(x)-1{,}2}{x+1{,}45}\right]$ et $\lim\limits_{x\to2^-}\left[\dfrac{f(x)+1{,}4}{x-2}\right]$

3/ a) Dresser le tableau de variation de $f$ sur ]-∞ , -1,45[ .

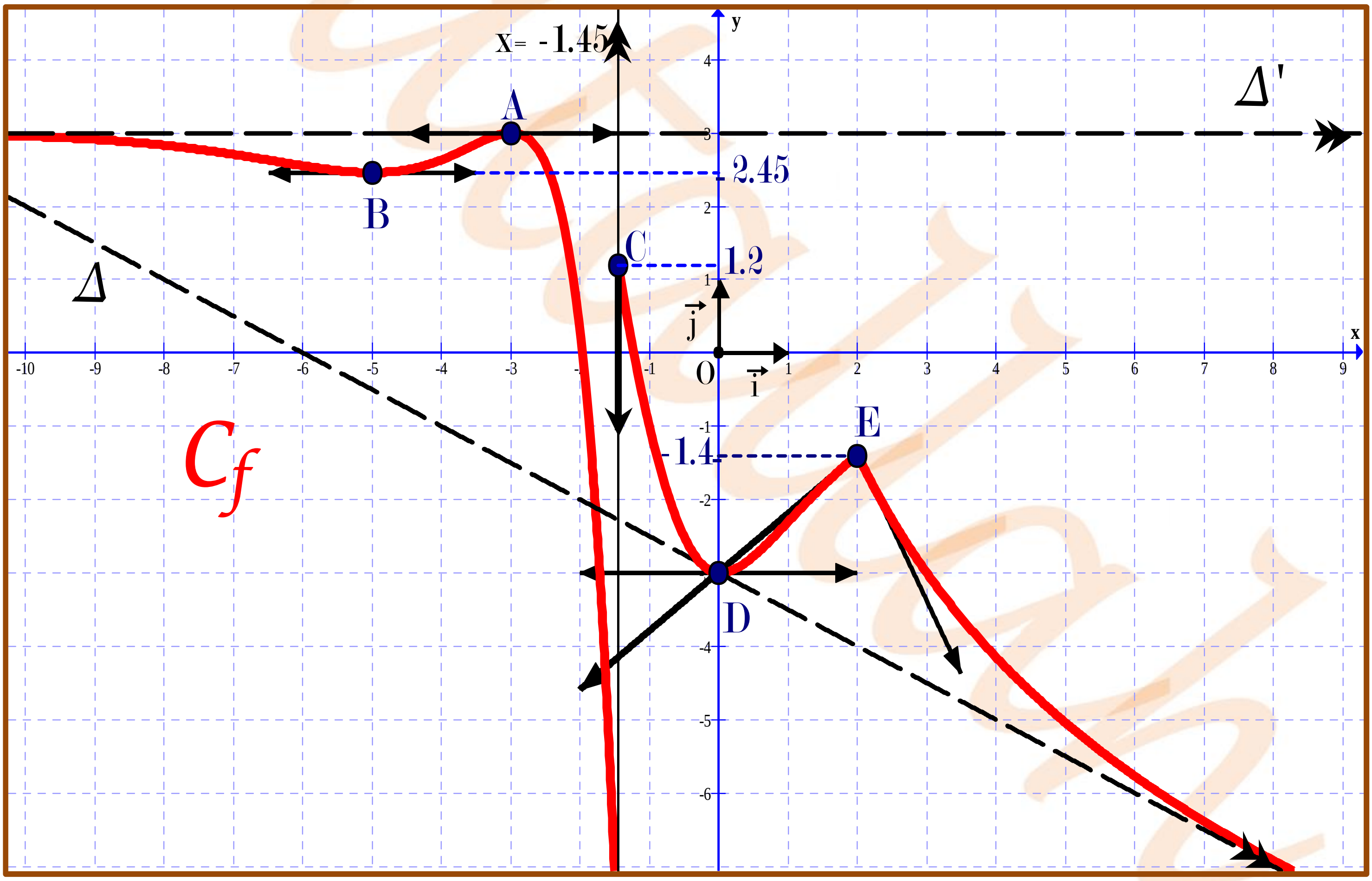
b) Montrer que $f\ \ x\ = \frac{5}{2}$ admet exactement trois solutions dans l'intervalle ]-∞ , -1,45[.

4/ a) Dresser le tableau de variation de $f$ sur [ -1,45 , +∞[ .

b) Montrer que la restriction $g$ de $f$ sur [-1,45 , 0 ] est bijective .

c) Reproduire la courbe de $g$ dans un repère orthonormé et construire dans le même repère la courbe (Γ) de $g^{-1}$.

d) Déterminer $\lim\limits_{x\to(-3)^+}\left[\dfrac{g^{-1}(x)}{x+3}\right]$




**Bon travail**

*Il sera tenu compte de la rédaction et la bonne présentation de la copie .*