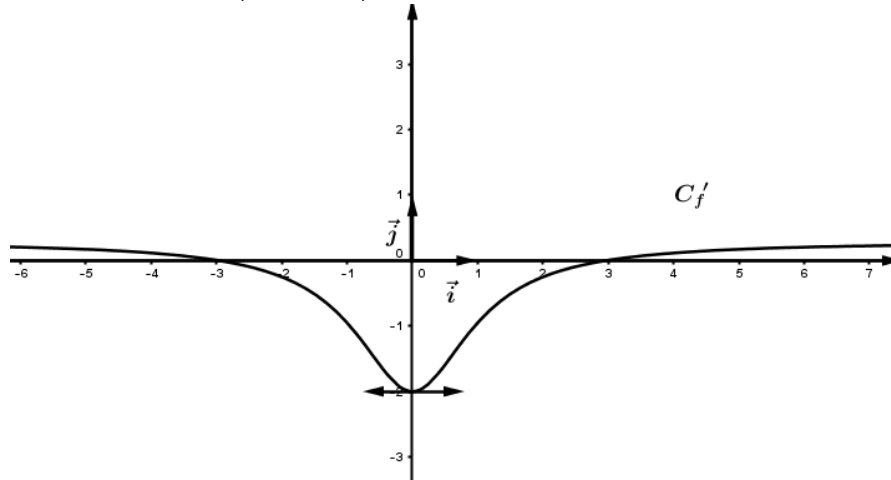


Exercice N:1 (3 p)

Pour chacune des questions, une et une seule affirmation est exacte .

Indiquer sur votre copie le numiro de la question et recopier l'affirmation exacte

On considère une fonction dérivable f définie sur \mathbb{R} , tel que $f(0) = 0$ et $C_{f'}$ la courbe représentative de la fonction f' dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

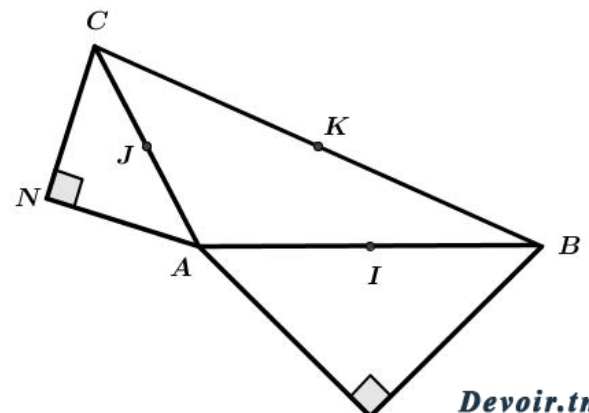


- La fonction f est : **i/** paire **ii/** impaire **iii/** ni paire ni impaire .
- C_f la représentation de f admet : **i/** un point d'inflexion en -3 **ii/** un point d'inflexion en 0 **iii/** n'admet pas un point d'inflexion
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(\sin x)}{x}$ est égal à : **i/** -2 **ii/** 0 **iii/** n'existe pas

Exercice N:2 (5 p)

ABC est un triangle direct. On désigne par I, J et K les milieux respectifs des segments $[AB], [AC]$ et $[BC]$. On construit extérieurement à ce triangle les triangles ABM et ACN rectangles et isocèles en M et N .

- Montrer qu'il existe un unique déplacement f tel que $f(I) = J$ et $f(M) = K$.
 - Déterminer l'angle de f .
 - Montrer que $f(K) = N$.
 - Déterminer $f \circ f(M)$, et déduire que le centre O de f est le milieu de $[MN]$.
- On considère les rotations r_1 et r_2 de même angle $-\frac{\pi}{2}$, et de centres respectifs M et N . On pose $g = r_1 \circ r_2 \circ S_{\Delta}$, où Δ la médiatrice de $[MK]$.
 - Caractériser l'application $r_1 \circ r_2$.
 - Montrer que g est une symétrie glissante.
 - Trouver la forme réduite de g .



Exercice N:3(5 p)

le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, soit $\theta \in]0; \frac{\pi}{2}[$.

- Résoudre dans \mathbb{C} l'équation : $z^2 + (2 \cos \theta)z + 1 = 0$.
- On considère dans \mathbb{C} l'équation (E) : $P(z) = z^3 - (1 - 2 \cos \theta)z^2 + (1 - 2 \cos \theta)z - 1 = 0$
 - Vérifier que $\overline{P(z)} = P(\bar{z})$, et déduire que si z une solution de (E) alors \bar{z} est une solution de (E) .
 - Montrer que l'équation (E) admet une solution réelle que l'on déterminera.
 - Résoudre dans \mathbb{C} l'équation (E) .
- On désigne par A , B et C les points d'affixes respectives 1 , $e^{i(\pi-\theta)}$ et $e^{i(\pi+\theta)}$.
 - Montrer que $\frac{e^{i(\pi+\theta)} - 1}{e^{i(\pi-\theta)} - 1} = e^{i\theta}$.
 - En déduire que le triangle ABC est isocèle de sommet principal A .
- Déterminer l'affixe de point D pour que $ADBC$ soit un parallélogramme.

Exercice N:4(7 p)

- On considère la fonction $\varphi(x)$ définie sur $]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$ par : $\varphi(x) = \tan x$.
 - Montrer que φ réalise une bijection de $]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$ sur un intervalle J que l'on déterminera.
 - Note g la fonction réciproque de φ , Montrer que g dérivable sur J et que $g'(x) = \frac{1}{1+x^2}$.
 - Montrer que pour tout $x \in [0; +\infty[$: $g(x) + g\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\pi}{2}$.
- On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par : $f(x) = 2\sqrt{x^2+1} g(x)$.
 - Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+1} g\left(\frac{1}{x}\right) = 1$.
 - En déduire que la droite d'équation: $y = \pi x - 2$ est une asymptote oblique à C_f au voisinage de $+\infty$.
- Montrer que f est dérivable sur $[0; +\infty[$, est que $f'(x) > 2$ pour tout $x > 0$.
 - En déduire que pour tout $x \geq 0$, $f(x) \geq x$.
 - Montrer que f est une bijection de $[0; +\infty[$ sur $[0; +\infty[$.
- Montrer que f^{-1} dérivable sur $]0; +\infty[$ et que $0 < (f^{-1})'(x) < \frac{1}{2}$, pour tout $x \in]0; +\infty[$.
- On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 \in]0; 1[$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = f^{-1}(u_n)$.
 - Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$; $0 < u_n < 1$.
 - Montrer que la suite (u_n) décroissante. Et déduire qu'elle est convergente.
 - Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$; $u_n < \left(\frac{1}{2}\right)^n$. Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.