L.S. Ksar Gafsa | Dv. De synthèse-3- | Prof : Belhassen

A.S. 2010-2011 | 4 heures | Classe : 4M1

13/05/2011

Exe-1- (3 points)

Pour chaque question une seule des trois réponses proposées est exacte .Sans justification indiquer la question est la lettre correspondant à la réponse exacte. Une réponse exacte vaut 0.5 point une réponse fausse où l'absence de réponse vaut 0 point. On acceptera pas les réponses barrées.

Question	Réponse a	Réponse b	Réponse c
1/ A , B et C trois non alignés de l'espace ξ l'ensemble $E=\left\{M\in\xi\,/(\overrightarrow{AC}\wedge\overrightarrow{AB})\wedge\overrightarrow{BM}=\vec{0}\right\}$ est	*Une droite*	*Un plan*	*Une sphère*
2/ le reste de 100009^{2011} modulo 9 est	0	2	1
3/ Pour $x\geq 1$ on a : $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\int_1^x e^{x^2}dt}{x-1}=$	$+\infty$	1	e
4/ $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{-x}-\ln(1+e^{-x})$	$-\infty$	0	$+\infty$
5/ le nombre de solution dans IR de l'équation : $e^{2x}-5e^{x}-6=0$	0	2	1
6/ Soit S : M(z) $\rightarrow M'(z')/\,z'=(1+i)\bar{z}$ l'axe de S est la droite d'équation :	$y=x$	$x+y=0$	$y=(\sqrt{2}-1)x$

Exe-2-(4 points)

Pour tout entier naturel n on pose $a_n = 2\times10^n+1$.

1/

a- Montrer que pour tout entier naturel n a_n est divisible par 3

b- Discuter suivant n le reste de la division euclidienne de a_n par 11.

c- En déduire que pour tout n a_n et 11 sont premiers entre eux

2/ On considère dans ZxZ l'équation (E) : $a_2x+11y=1$

a- Justifier que (E) admet au moins une solution

b- Résoudre alors (E) dans ZxZ

3/ Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$. On considère le point A_n d'affixe $z_n=2e^{i\pi\frac{a_n}{4}}$

a- Montrer que pour tout n de IN , A_n appartient à un cercle fixe que l'on précisera

b- Montrer que pour tout n non nul on a $A_n\in\{A_1\ ,A_2\}$

Exe-3- (4.5 points)

L'espace ξ est rapporté à un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points $A(0,0,1)$; $B(1,0,1)$, $C(2,1,-1)$ et $I(-2,1,2)$

1/

a- Déterminer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

b- En déduire que A , B et C déterminent un plan P dont on déterminera une équation cartésienne

c- Calculer l'aire du triangle BCA

d- Déterminer la distance du point C au droite (AB)

2/

a- Montrer que $IABC$ est un tétraèdre

b- Déterminer le volume V du tétraèdre $IABC$

c- En déduire de ce qui précède la distance de I à P

3/ Soit S la sphère de centre I et passant par A . Montrer que S et P sont sécants suivants un cercle ζ que l'on caractériser

4/ On désigne par h l'homothétie de centre I et de rapport $k = \frac{1}{5}$

a- Déterminer l'expression analytique de h

b- Déterminer $S' = h(S)$

c- Déterminer $A' = h(A)$ puis en déduire $P' = h(P)$

d- Montrer que $S' \cap P'$ est un cercle ζ' dont on précisera le centre et le rayon .

Exe -4- (5 points)

Soit f la fonction définie sur IR par $f(t) = \sqrt{1+t^2}$ et la fonction $u(x) = \frac{1}{2}(e^{\frac{x}{2}} - e^{-\frac{x}{2}})$ pour tout réel x

Et on considère la fonction F définie sur IR par $F(x) = \int_0^{u(x)} f(t)dt$

1/ Résoudre $u(x) = 1$ puis calculer $u(o)$

2/

a- Montrer que F est dérivable sur IR et que $F'(x) = \frac{1}{8}(e^x + e^{-x} + 2)$

b- Sans calculer l'intégrale calculer $F(x)$ pour tout réel x

3/ La courbe ς ci-contre (page -3-) c'est celle de la fonction f dans un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$

Calculer l'aire A de la partie du plan limitée par ς et les axes d'équations respectives $x = 0$; $x = 1$ et l'axe des abscisses

4/ Soit (v_n) la suite définie sur IN* par $v_n = \int_{\frac{1}{n}}^{\frac{1}{n+1}} f(t)dt$ et soit $S_n = \sum_{k=1}^{n} v_k$

a- Montrer que pour tout $n \in IN^*$ on a $\frac{-1}{n(n+1)} f(\frac{1}{n}) \leq v_n \leq 0$

b- Calculer $\lim_n v_n$

5/ Montrer que pour tout n de IN* on a $S_n = \int_0^{\frac{1}{n+1}} f(t)dt - A$ puis déduire $\lim_n S_n$

Exe-5-(3.5 points)

Dans le plan orienté on considère un carré ABCD tel que $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.

On désigne par I , K et E les milieux respectifs des segments $[AC]$; $[CD]$ et $[IC]$

Soit S la similitude directe qui transforme A en I et C en K

1/

a- Montrer que le rapport de S et $\frac{\sqrt{2}}{4}$ et déterminer son angle

b- Montrer que le centre Ω de S est un point d'intersection des cercles de diamètres $[AD]$ et $[IC]$ autre que I

c- Construire Ω

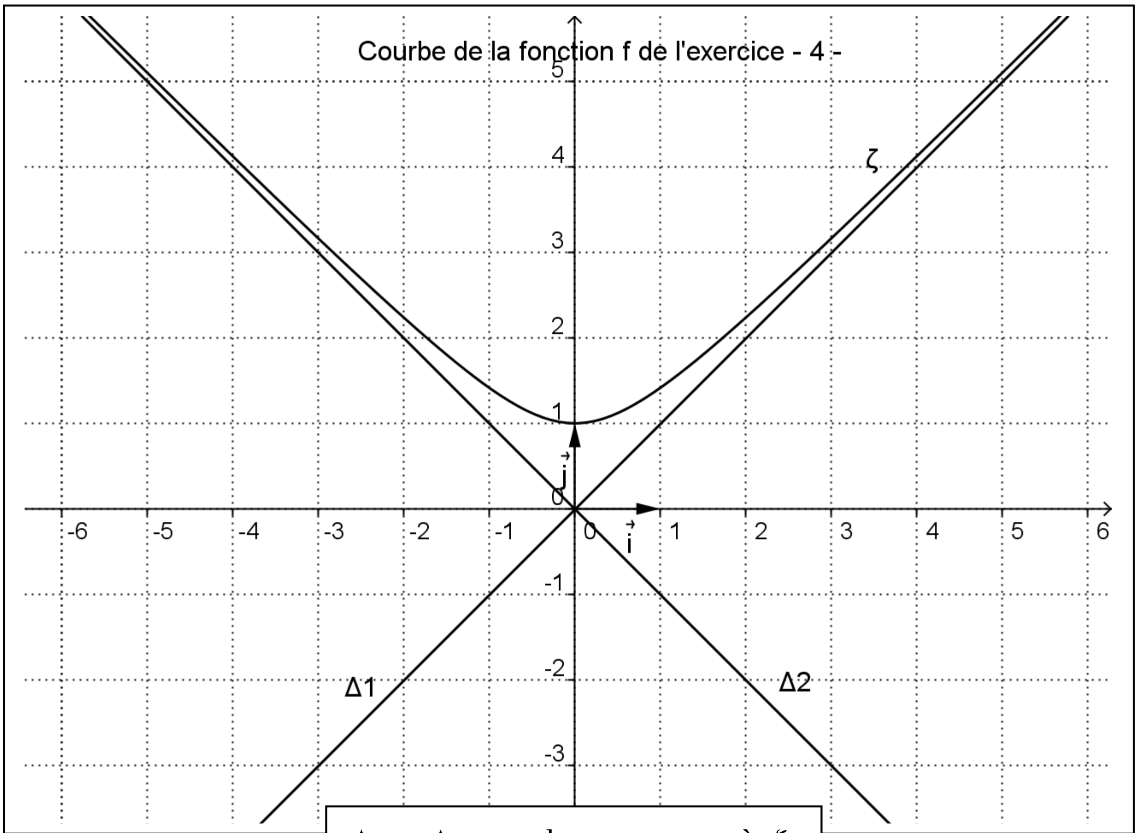
2/ On rapporte le plan à un repère orthonormé $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$

a- Déterminer les affixes des points I , K et E

b- Déterminer l'écriture complexe de S

c- En déduire que l'affixe de Ω est $\frac{2}{5}+\frac{4}{5}i$

d- Montrer que $S(B) = E$



Δ_1 et Δ_2 sont des asymptotes à ζ