

Exercice 1: (6 points)

Le graphique ci-contre représente la courbe (C) d'une fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R} .
La courbe (C) passe par $O(0,0)$ et $A(2,2)$.
La droite (AB) est la tangente à (C) en A .
La tangente à (C) au point C d'abscisse 1 est parallèle à l'axe des abscisses.

1. Par lecture graphique:

- évaluer $f(0)$, $f(2)$, $f'(1)$ et $f'(2)$.
- dresser le tableau de variation de f .

2. Une des courbes présentées ci-dessous représente la fonction f' , dérivée de f , et une autre représente une primitive F de f . Identifier ces deux courbes en justifiant la réponse.

3. On pose pour tout réel x , $f(x) = (x+a)e^{bx+c}$ où a, b et c sont des constantes réelles.

- Montrer que $a = 0$ et $c = -2b$.
 - Exprimer $f'(x)$ en fonction de b .
 - Déterminer alors l'expression de $f(x)$.
4. α est un réel strictement supérieur à 2. Soit $A(\alpha)$ l'aire de la partie du plan limitée par (C) , l'axe des abscisses, et les droites d'équations respectives $x = 2$ et $x = \alpha$.
- Montrer, par une intégration par parties, que $A(\alpha) = 3 - (\alpha + 1)e^{2-\alpha}$ u.a.
 - Calculer $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} A(\alpha)$.

Exercice 4: (5 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère le point $A(1, -1, 2)$ et le plan $P: x + 2y + z - 1 = 0$.

Soit h l'homothétie de centre O et de rapport -2 .

- Déterminer les coordonnées du point $A' = h(A)$.
 - En déduire qu'une équation cartésienne du plan $P' = h(P)$ est : $x + 2y + z - 6 = 0$
- Soit S la sphère de centre A et de rayon R . On pose $S' = h(S)$.
Déterminer R pour que S' soit tangente à P .
- Donner un système d'équations paramétriques de la droite Δ passant par A et perpendiculaire à P .
 - Déterminer les coordonnées du point H d'intersection de Δ et P' .
 - Déterminer alors le centre Ω et le rayon r de la sphère tangente à P et P' .

* * * * *

Bon travail