

Exercice1 :(3pts)

Donner la réponse correcte.

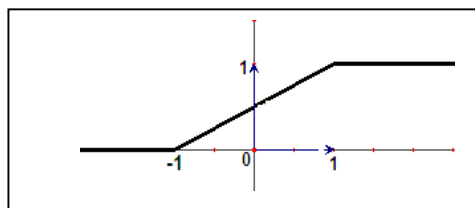
1) La fonction $x \rightarrow \sin x - 2\cos x$ est une solution de l'équation différentielle :

a) $y'' + 2y = 0$ b) $2y'' + y = 0$ c) $y'' + y = 0$

2) Soit X une variable aléatoire qui suit une loi continue, dont la courbe de sa fonction de répartition est donnée ci-contre.

$p\left(X \leq \frac{3}{4}\right) = :$

a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{7}{8}$ c) $\frac{3}{8}$



3) (x, y) un couple d'entiers tel que : $5x + 8y = 11$, alors:

a) $x \wedge y = 11$ b) $x \wedge y$ divise 11 c) $x \wedge y$ est un multiple de 11.

4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(e^{\frac{1}{x}} - 1 \right) = :$

a) 0 b) $+\infty$ c) 1

Exercice2 :(5pts)

Les paries (I) et (II) sont indépendants.

(I) La durée de vie (en année) d'un appareil électronique est une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,16$.

1) a) Calculer $p(X \geq 8)$.

b) Calculer la probabilité pour que l'appareil ait une durée de vie inférieure à trois mois.

c) Déterminer T pour que : $p(X \leq T) = p(X \geq T)$.

2) Sachant qu'un appareil a déjà dépassée six ans, qu'elle est la probabilité qu'il fonctionne quatre ans de plus.

3) Une personne achète n appareils électroniques ($n \in \mathbb{N}^*$) du modèle précédent. On suppose que la durée de vie d'un appareil est indépendante de celle des autres.

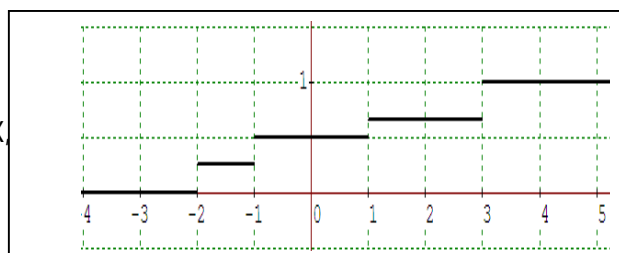
a) Exprimer en fonction de n la probabilité p_n qu'au moins un appareil fonctionne plus que huit ans.

b) Déterminer n pour que $p_n \geq 0,998$.

(II) Soit Y la variable aléatoire dont la fonction de répartition F est représentée ci-contre.

1) Déterminer : $p(X \leq 1)$, $p(X \leq 2)$
 $p(X > 0)$ et $p(1 < X \leq 3)$.

2) Déterminer la loi de probabilité de X ,
 $E(X)$ et $\sigma(X)$.



Exercice4 :(3,5pts)

Dans le tableau suivant on reporte le chiffre d'affaire annuel (en milliers de dinars) d'une librairie (de 1998 à 2005):

Année	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Rang x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Chiffre d'affaire y_i	80	83	78	78	78	73	72	70

- 1) Représenter dans un repère orthonormé le nuage des point $M_i(x_i, y_i)$.
- 2) déterminer les coordonnées G_1 point moyen des quatre premiers points du nuage et de G_2 point moyen des quatre derniers.
- 3) Déterminer une équation de la droite (G_1G_2) .
- 4) Déterminer le chiffre d'affaire de la librairie pour l'année 2008.
- 5) Déterminer en qu'elle année le chiffre d'affaire sera-t-il inférieur à 60.

Exercice3 :(3,5pts)

1) Démontrer qu'il existe un couple (u, v) d'entiers relatifs tel que : $9u + 11v = 1$.
Vérifier que pour un tel couple, le nombre $n = 8 \times 9u + 6 \times 11v$ est une solution du

système (S) : $\begin{cases} n \equiv 6[\text{mod}9] \\ n \equiv 8[\text{mod}11] \end{cases}$

- 2) Soit n_0 une solution de (S), vérifier que le système (S) équivaut à $n \equiv n_0[\text{mod}99]$.
- 3) a) Trouver un couple (u_0, v_0) solution de l'équation : $9u + 11v = 1$.
b) Déterminer l'ensemble des solutions de (S).

Exercice5 :(6pts)

A) On considère l'équation différentielle (E) : $y' - 2y = -e^{2x}$.

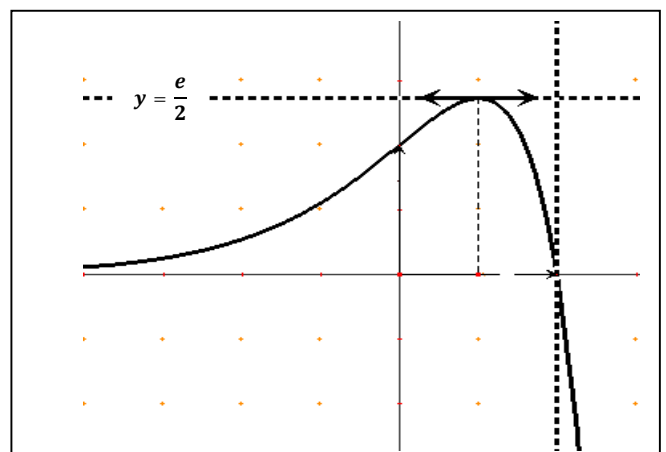
Soit f une fonction dérivable sur \mathbb{R} telle que $f(1) = 0$ et g la fonction définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = f(x)e^{-2x}$.

- 1) Exprimer $g'(x)$ en fonction de $f'(x)$ et $f(x)$.
- 2) Dédire l'expression de $g(x)$ puis celle de $f(x)$ de telle sorte que f soit une solution de (E).

B) Dans le graphique ci-contre, (Γ) est la courbe représentative de la fonction f définie sur \mathbb{R}

par : $f(x) = (1 - x)e^{2x}$.

- 1) Déterminer à partir du graphe :
 - a) Le tableau de variation de f .
 - b) Le signe de $f(x)$.
- 2) Déterminer le tableau de variation de la fonction : $g = f^{2n}; (n \in \mathbb{N}^*)$.



- 3) Calculer l'aire du domaine limité par (Γ) , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.
- 4) Justifier que la restriction h de f à l'intervalle $] -\infty, \frac{1}{2}]$ admet une fonction réciproque h^{-1} et préciser le domaine de dérivabilité de h^{-1} .
Construire les courbes de h et de h^{-1} dans un repère orthonormé.
- 5) Pour tout entier naturel non nul n , on pose $I_n = \int_0^1 (1-x)^n e^{2x} dx$.
- a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ on a ; $\frac{1}{n+1} \leq I_n \leq \frac{e^2}{n+1}$.
Déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$.
- b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ on a ; $2I_{n+1} = (n+1)I_n - 1$.
Déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} nI_n$

Bon Travail