

Exercice N°2 :

Partie A

Une salle informatique d'un établissement scolaire est équipée de 25 ordinateurs dont 3 sont défectueux. Tous les ordinateurs ont la même probabilité d'être choisis.

On choisit au hasard deux ordinateurs de cette salle.

Quelle est la probabilité que ces deux ordinateurs soit défectueux

Partie B

La durée de vie d'un ordinateur (c'est-à-dire la durée de fonctionnement avant la première panne) est une variable aléatoire X qui suit une loi exponentielle de paramètre λ avec $\lambda > 0$.

Ainsi pour tout réel t positif, la probabilité qu'un ordinateur ait une durée de vie inférieure à t années,

noté $p(X \leq t)$ est donné par $p(X \leq t) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda x} dx$

- 1) Déterminer λ sachant que $p(X > 5) = 0,4$
- 2) Dans cette question on prendra $\lambda = 0,18$
Sachant qu'un ordinateur n'a pas eu de panne au cours des 3 premières années, quel est à 10^{-3} près, la probabilité qu'il ait une durée de vie supérieure à 5 ans ?
- 3) Dans cette question on admet que la durée de vie d'un ordinateur est indépendante de celle des autres et que $p(x > 5) = 0,4$
 - a) On considère un lot de 10 ordinateurs. Quelle est la probabilité que, dans ce lot, l'un au moins des ordinateurs ait une durée de vie supérieure à 5 ans ? On donnera une valeur arrondie au millième de cette probabilité.
 - b) Quel nombre minimal d'ordinateurs doit-on choisir pour que la probabilité de l'évènement : « L'un au moins d'entre eux a une durée de vie supérieure à 5 ans » soit supérieur à 0,999 ?

Exercice N°3 :

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ on considère les points $I(3,0,-1)$, $H(1,1,0)$, le plan P d'équation $2x - y - z - 1 = 0$ et la sphère S de centre I et de rayon 3.

- 1) a) Montrer que (IH) est perpendiculaire au plan P et qu'elle le coupe en H .
b) Montrer que P coupe S suivant un cercle que l'on déterminera le centre et le rayon.
- 2) a) Déterminer les expressions analytiques de la translation t de vecteur \overrightarrow{IH} .
b) Déterminer une équation de l'image du plan P par la translation t .
c) Déterminer une équation de l'image de la sphère S par la translation t .
- 3) Montrer qu'il existe deux homothéties de centre I et dont on déterminera les rapports telles que chacune d'elle transforme le plan P en un plan tangent à la sphère S et le point H est le point de contact de S avec le plan image.

Exercice N°4 :

- 1) Résoudre l'équation différentielle $y'' + y = 0$.
- 2) Soit E l'ensemble des fonctions définies et deux fois dérivables sur \mathbb{R} telles que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0$, ou f' désigne la fonction dérivée de f.
 - a) Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = \cos x$.
Vérifier que g est un élément de E.
 - b) Soit f un élément de E. Vérifier que pour tout réel x, $f'(x) = f'\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.
 - c) En déduire que si f est un élément de E alors f est une solution de l'équation différentielle $y'' + y = 0$
 - d) Déterminer alors l'ensemble E

Exercice N°5 :

Partie A

- 1) Etudier le sens de variation de la fonction g définie sur \mathbb{R} par : $g(t) = e^t - t$
Quel est le minimum de la fonction g sur \mathbb{R} ?
- 2) En déduire les inégalités suivantes
 - a) Pour tout réel t $e^t \geq t + 1$; $e^t > t$ et $-te^t \geq -1$
 - b) Pour tout réel t tel que $t > -1$, $\ln(1 - xe^{-x}) < -xe^{-x}$

Partie B

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 - 2 \ln(e^x - x)$.

- 1) Montrer que $f(x) = x^2 - 2 \ln(1 - xe^{-x})$. Quelle est la limite de f en $+\infty$?
On admettra que la limite de la fonction f en $-\infty$ et $+\infty$.
- 2) Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \frac{2(x-1)(e^x - x - 1)}{e^x - x}$
Dresser le tableau de variation de f.
- 3) Dans un repère orthonormé (unité 3 cm). On considère la parabole (P) d'équation $y = x^2 - 2x$ et (C) la courbe représentative de f. Montrer que (P) et (C) sont asymptotes en $+\infty$. Étudier les positions relatives des courbes (P) et (C).
- 4) Donner une équation de chacune des tangentes (D) et (D') respectivement aux courbes (P) et (C) au point d'abscisse 0.
- 5) Tracer dans un même repère les courbes (P) et (C) et leurs tangentes (D) et (D')



« Ne vous inquiétez pas pour vos difficultés en mathématiques, les miennes sont encore plus grandes. »

Albert Einstein

