Exercice 1 *(3 points)*

Voir la correction

Pour chaque proposition choisir l'unique bonne réponse. Aucune justification n'est demandée.

1. Soit f une fonction continue sur $[0,2]$, dérivable sur $]0,2[$ et telle que $f(0)=f(2)$ alors :

a) f est constante sur $[0,2]$ **b)** f' s'annule sur $[0,2]$ **c)** f s'annule sur $[0,2]$

2. Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que pour tout $x\in\mathbb{R}$, $f'(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$ et g la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x)=f\left(\dfrac{1}{x}\right)$ alors :

a) $g'(x)=\dfrac{x^2}{1+x^2}$ **b)** $g'(x)=\dfrac{1}{x^2(1+x^2)}$ **c)** $g'(x)=\dfrac{-1}{1+x^2}$

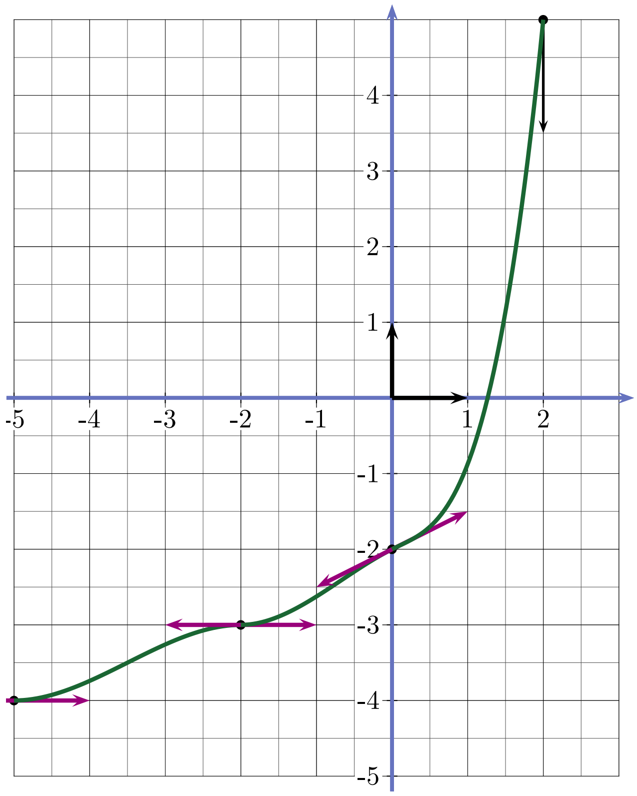
3. Soit $n\in\mathbb{N}$. L'application f de $\mathcal{P}$ dans $\mathcal{P}$ qui à tout point $M(z)$ associe $M'(z')$ telle que $z'=e^{i\frac{n\pi}{3}}z+2$ est une translation si et seulement si,

a) n est multiple de 3 b) n est multiple de 6 c) n est multiple de 12

Exercice 2 *(3 points)*

Voir la correction

La courbe $\mathcal{C}_f$ représentée ci-contre est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-5,2]$.
On sait que f est continue sur $[-5,2]$ et dérivable sur $[-5,2[$.
Sur la figure sont tracées les tangentes à $\mathcal{C}_f$ au points d'abscisses respectives -5, -2, 0 et 2.



1. Déterminer graphiquement : $f'_d(-5)$, $f'(-2)$, $f'(0)$,$(f\circ f)'(0)$ et $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{f(x)-5}{x-2}$

2. En déduire la limite suivante : $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f\left(2x^2-2\right)+2}{x-1}$

3. a) Montrer que f réalise une bijection de $[-5,2]$ sur un intervalle J que l'on précisera.

b) Déterminer $f^{-1}(-2)$ et $\left(f^{-1}\right)'(-2)$

c) f^{-1} est-elle dérivable en -3 ? Justifier.

d) Étudier la dérivabilité de f^{-1} à droite en -4 et à gauche en 5.

Exercice 3 *(4 points)*

Voir la correction

I- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E_\alpha): z^2-(1+i)\,e^{i\alpha}z+ie^{i2\alpha}=0$ avec $\alpha\in[0,2\pi]$.

II- Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $\left(O,\ \overrightarrow{u},\ \overrightarrow{v}\right)$, on considère les points M_1 et M_2 d'affixes respectives z_1 et z_2 avec $z_1=e^{i\alpha}$ et $z_2=ie^{i\alpha}$.

1. Montrer que le triangle OM_1M_2 est rectangle et isocèle en O.

2. Soit I le milieu du segment $[M_1M_2]$.

a) Montrer que, lorsque α varie sur $[0, 2\pi]$, le point I varie sur le cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

b) Montrer que la droite (M_1M_2) est tangente à $\mathcal{C}$.

3. On suppose que $\alpha \in [0, \pi]$.

a) Montrer que $\left(\widehat{\overrightarrow{u}, \overrightarrow{M_1M_2}}\right) \equiv \alpha + \frac{3\pi}{4}[2\pi]$.

b) En déduire la valeur de α pour laquelle la droite (M_1M_2) est parallèle à l'axe $\left(O, \overrightarrow{v}\right)$.

Exercice 4 (*5 points*)

Voir la correction

Soit la fonction f définie sur $]1, +\infty[$ par $f(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$. On désigne par $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}\right)$.

1. a) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$ et $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = +\infty$. Interpréter graphiquement ces résultats.

b) Montrer que f est dérivable sur $]1, +\infty[$ et que pour tout $x \in]1, +\infty[$, $f'(x) = \frac{-1}{(x^2-1)\sqrt{x^2-1}}$.

c) Dresser le tableau de variation de f.

d) Montrer que pour tout $x \in [2, 3]$, $|f'(x)| \leqslant \frac{1}{3\sqrt{3}}$.

2. a) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une unique solution α et que $\alpha \in]2, 3[$.

b) Tracer dans le repère $\left(O, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}\right)$ la courbe $\mathcal{C}_f$.

3. a) Montrer que f réalise une bijection de $]1, +\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

b) Montrer que $f^{-1}(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x}}$ pour tout $x \in J$.

c) Tracer la courbe $\mathcal{C}_{f^{-1}}$ dans le même repère $\left(O, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}\right)$.

Exercice 5 (*5 points*)

Voir la correction

Dans le plan orienté, on considère un rectangle ABCD de centre O tel que :

$$\left(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi] \text{ et } AB = 2AD.$$

On désigne par I et J les milieux respectifs de $[AB]$ et $[CD]$.

1. a) Montrer qu'il existe un unique déplacement f tel que $f(A) = C$ et $f(I) = J$.

b) Caractériser f.

2. Soit $g = R_{(I, \frac{\pi}{2})} o f$

a) Montrer g est une rotation dont on précisera l'angle.

b) Déterminer $g(A)$ et $g(I)$.

c) En déduire que le centre Ω de g est le milieu de $[ID]$.

3. Soit h l'antidéplacement tel que $h(A) = C$ et $h(I) = J$.

a) Montrer que $h(B) = D$.

b) Soit $E = h(C)$. Montrer que $DJ = DE$ et que $\left(\widehat{\overrightarrow{DJ}, \overrightarrow{DE}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$.

c) En déduire que D est le milieu du segment $[AE]$.

d) Montrer alors que h est une symétrie glissante de vecteur $\overrightarrow{AD}$ et d'axe (IJ).

Correction de l'exercice: 1 *(Q.C.M)*

Retour à l'énoncé

1. f est continue sur $[0,2]$, dérivable sur $]0,2[$ et $f(0) = f(2)$ alors, d'après le théorème de Rolle, il existe $c \in]0,2[$ tel que $f'(c) = 0$. La réponse correcte est alors **(b)** .

2. $g = f \circ u$ avec $u : x \longmapsto \dfrac{1}{x}$.

- ✦ u est dérivable sur $]0,+\infty[$,
- ✦ f est dérivable sur $\mathbb{R}$,
- ✦ $u\left(]0,+\infty[\right) \subset \mathbb{R}$.

Alors g est dérivable sur $]0,+\infty[$ et pour tout $]0,+\infty[$,

$g'(x) = f'(u(x)) \times u'(x) = \dfrac{1}{1+\left(\frac{1}{x}\right)^2} \times \left(-\dfrac{1}{x^2}\right) = \dfrac{x^2}{1+x^2} \times \left(-\dfrac{1}{x^2}\right) = \dfrac{-1}{1+x^2}$.

Ainsi la réponse correcte est **(c)**.

3. Soit $n \in \mathbb{N}$ et f l'application de $\mathcal{P}$ dans $\mathcal{P}$ qui à tout point $M(z)$ associe $M'(z')$ telle que $z' = e^{i\frac{n\pi}{3}}z + 2$.

f est une translation $\iff e^{i\frac{n\pi}{3}} = 1 \iff \dfrac{n\pi}{3} = 2k\pi;\ k \in \mathbb{N} \iff n = 6k;\ k \in \mathbb{N}$.

La réponse correcte est b.

Correction de l'exercice: 2

Retour à l'énoncé

1. $f'_d(-5) = 0$, $f'(-2) = 0$ et $f'(0) = \dfrac{1}{2}$.

$(f \circ f)'(0) = f'[f(0)] \times f'(0) = f'(-2) \times f'(0) = 0 \times \dfrac{1}{2} = 0$.

$\lim\limits_{x \to 2^-} \dfrac{f(x) - 5}{x - 2} = \lim\limits_{x \to 2^-} \dfrac{f(x) - f(2)}{x - 2} = +\infty$.

2. $\dfrac{f\left(2x^2 - 2\right) + 2}{x - 1} = \dfrac{f\left(2x^2 - 2\right) + 2}{2x^2 - 2} \times \dfrac{2x^2 - 2}{x - 1}$.

On pose $X = 2x^2 - 2$ alors ($x \to 1 \implies X \to 0$).

$\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{f\left(2x^2 - 2\right) + 2}{2x^2 - 2} = \lim\limits_{X \to 0} \dfrac{f(X) + 2}{X} = \lim\limits_{X \to 0} \dfrac{f(X) - f(0)}{X} = f'(0) = \dfrac{1}{2}$.

$\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{2x^2 - 2}{x - 1} = \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{2(x-1)(x+1)}{x - 1} = \lim\limits_{x \to 1} 2(x+1) = 4$.

$\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{f\left(2x^2 - 2\right) + 2}{x - 1} = 4 \times \dfrac{1}{2} = 2$

3. **a)** f est continue et strictement croissante sur $[-5,2]$ alors elle réalise une bijection de $[-5,2]$ sur $f\left([-5,2]\right) = [-4,5]$.

b) $f^{-1}(-2) = 0$ et $\left(f^{-1}\right)'(-2) = \dfrac{1}{f'[f^{-1}(-2)]} = \dfrac{1}{f'(0)} = \dfrac{1}{\frac{1}{2}} = 2$.

c) $f^{-1}(-3) = -2$.

f est dérivable en -2 et $f'(-2) = 0$ alors $\mathcal{C}_f$ admet en $A(-3,-2)$ une tangente horizontale donc $\mathcal{C}_{f^{-1}}$ admet en $B(-2,-3)$ une tangente verticale alors f^{-1} n'est pas dérivable en -3.

d) $f^{-1}(-4) = -5$.

f est dérivable à droite en -5 et $f'_d(-5) = 0$ alors $\mathcal{C}_f$ admet en $M(-5,-4)$ une demi-tangente horizontale donc $\mathcal{C}_{f^{-1}}$ admet en $M'(-4,-5)$ une demi-tangente verticale alors f^{-1} n'est pas dérivable à droite en -4.

$f^{-1}(5) = 2$.

$\mathcal{C}_f$ admet en $N(2,5)$ une demi-tangente verticale donc $\mathcal{C}_{f^{-1}}$ admet en $N'(5,2)$ une demi-tangente horizontale alors f^{-1} est dérivable à gauche en 5 et $f'_g(5) = 0$.

Correction de l'exercice: 3

Retour à l'énoncé

I- $(E_\alpha): z^2 - (1+i)\,e^{i\alpha}\,z + ie^{i2\alpha} = 0$ avec $\alpha \in [0, 2\pi]$.

$\Delta = \left[(1+i)\,e^{i\alpha}\right]^2 - 4 \times 1 \times ie^{i2\alpha} = -2ie^{i2\alpha} = (1-i)^2 e^{i2\alpha} = \left[(1-i)\,e^{i\alpha}\right]^2$.

Soit $\delta = (1-i)\,e^{i\alpha}$.

$z' = \dfrac{(1+i)\,e^{i\alpha} + (1-i)\,e^{i\alpha}}{2} = e^{i\alpha}$; $z'' = \dfrac{(1+i)\,e^{i\alpha} - (1-i)\,e^{i\alpha}}{2} = ie^{i\alpha}$.

II- Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$, on considère les points M_1 et M_2 d'affixes respectives z_1 et z_2 avec $z_1 = e^{i\alpha}$ et $z_2 = ie^{i\alpha}$.

1. Montrons que le triangle OM_1M_2 est rectangle et isocèle en O.

$OM_1 = |z_1| = |e^{i\alpha}| = 1$; $OM_2 = |z_2| = |ie^{i\alpha}| = |i|\,|e^{i\alpha}| = 1 \times 1 = 1$.

Donc $OM_1 = OM_2$ donc OM_1M_2 est isocèle en O.

$\dfrac{\text{aff}\left(\overrightarrow{OM_2}\right)}{\text{aff}\left(\overrightarrow{OM_1}\right)} = \dfrac{ie^{i\alpha}}{e^{i\alpha}} = i \in i\mathbb{R}$ alors $\overrightarrow{OM_1} \perp \overrightarrow{OM_2}$ donc le triangle OM_1M_2 est rectangle en O.

2. Soit I le milieu du segment $[M_1M_2]$.

a) $z_I = \dfrac{z_{M_1} + z_{M_2}}{2} = \dfrac{e^{i\alpha} + ie^{i\alpha}}{2} = \dfrac{(1+i)e^{i\alpha}}{2}$.

$OI = |z_I| = \dfrac{|1+i| \times |e^{i\alpha}|}{2} = \dfrac{\sqrt{2} \times 1}{2} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Donc, lorsque α varie sur $[0, 2\pi]$, le point I varie sur le cercle $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

b) Montrons que la droite (M_1M_2) est tangente à $\mathcal{C}$. On a :

✓ $I \in (M_1M_2)$ et $I \in \mathcal{C}$,

✓ $\dfrac{\text{aff}\left(\overrightarrow{OI}\right)}{\text{aff}\left(\overrightarrow{M_1M_2}\right)} = \dfrac{\frac{(1+i)e^{i\alpha}}{2}}{(1-i)e^{i\alpha}} = \dfrac{\frac{1+i}{2}}{1-i} = i \in i\mathbb{R}$. Donc $\overrightarrow{OI} \perp \overrightarrow{M_1M_2}$.

Ainsi la droite (M_1M_2) est tangente à $\mathcal{C}$.

3. On suppose que $\alpha \in [0, \pi]$.

a) Montrons que $\left(\widehat{\vec{u}, \overrightarrow{M_1M_2}}\right) \equiv \alpha + \dfrac{3\pi}{4} [2\pi]$.

$\left(\widehat{\vec{u}, \overrightarrow{M_1M_2}}\right) \equiv \arg(z_2 - z_1)\,[2\pi] \equiv \arg\left((i-1)e^{i\alpha}\right)[2\pi] \equiv \arg(i-1) + \arg\left(e^{i\alpha}\right)[2\pi] \equiv \alpha + \dfrac{3\pi}{4}[2\pi]$

b) $(M_1M_2) // \left(O, \vec{v}\right) \iff (M_1M_2) \perp \left(O, \vec{u}\right) \iff \left(\widehat{\vec{u}, \overrightarrow{M_1M_2}}\right) = \dfrac{\pi}{2} + k\pi;\ k \in \mathbb{Z} \iff \alpha + \dfrac{3\pi}{4} = \dfrac{\pi}{2} + k\pi;\ k \in \mathbb{Z} \iff \alpha = -\dfrac{\pi}{4} + k\pi;\ k \in \mathbb{Z}$.

$\alpha = -\dfrac{\pi}{4} + k\pi;\ k \in \mathbb{Z}$ et $\alpha \in [0, \pi] \iff \alpha = \dfrac{3\pi}{4}$.

Correction de l'exercice: 4

Retour à l'énoncé

Soit la fonction f définie sur $]1, +\infty[$ par $f(x) = 1 + \dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}}$. On désigne par $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

1. a) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} 1 + \frac{x}{x \times \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}} = \lim_{x\to+\infty} 1 + \frac{1}{\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}} = 2$. Alors $\Delta : y = 2$ est une asymptote horizontale.

$\displaystyle\lim_{x\to1^+} f(x) = \lim_{x\to1^+} 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} = +\infty$ car $\displaystyle\lim_{x\to1^+} \sqrt{x^2-1} = 0^+$. Alors $\Delta' : x = 1$ est une asymptote verticale.

b) On a, $f = 1 + \dfrac{f_1}{f_2}$ avec :

✓ $f_1 : x \longmapsto x$ dérivables sur $\mathbb{R}$ en particulier sur $]1, +\infty[$,

✓ $f_2 = \sqrt{f_3}$ et $f_3 : x \longmapsto 1 + x^2$ dérivable et strictement positive sur $\mathbb{R}$ en particulier sur $]1, +\infty[$ donc f_2 est dérivable sur $]1, +\infty[$,

✓ $f_2 \neq 0$ sur $]1, +\infty[$.

Alors f est dérivable sur $]1, +\infty[$

$$f'(x) = \frac{f_1'(x) \times f_2(x) - f_1(x) \times f_2'(x)}{[f_2(x)]^2} = \frac{1 \times \sqrt{x^2+1} - x \times \dfrac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1} = \frac{-1}{(x^2-1)\sqrt{x^2-1}}.$$

c)

x	1	$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$
$f(x)$	‖ $+\infty$	$\searrow$ 2

d) Soit $x \in [2, 3]$.

$$|f'(x)| = \frac{1}{(x^2-1)\sqrt{x^2-1}} = \frac{1}{\left(\sqrt{x^2-1}\right)^3}.$$

$$2 \leqslant x \leqslant 3 \implies 4 \leqslant x^2 \leqslant 9 \implies 3 \leqslant x^2 - 1 \leqslant 8 \implies \sqrt{3} \leqslant \sqrt{x^2-1} \leqslant \sqrt{8} \implies 3\sqrt{3} \leqslant \left(\sqrt{x^2-1}\right)^3 \leqslant 8\sqrt{8} \implies \frac{1}{8\sqrt{8}} \leqslant \frac{1}{\left(\sqrt{x^2-1}\right)^3} \leqslant \frac{1}{3\sqrt{3}} \implies |f'(x)| \leqslant \frac{1}{3\sqrt{3}}$$

2. a)

$f(x) = x \iff f(x) - x = 0 \iff h(x) = 0$ avec $h(x) = f(x) - x$.

h est dérivable sur $]1, +\infty[$ et on a $h'(x) = f'(x) - 1 < 0$ car $f'(x) < 0$.

h est continue et strictement décroissante sur $]1, +\infty[$ donc h réalise une bijection de $]1, +\infty[$ sur $h(]1, +\infty[) = \mathbb{R}$.

Comme $0 \in h(]1, +\infty[) = \mathbb{R}$ alors l'équation $h(x) = 0$ admet dans $]1, +\infty[$ une seule solution α.

$h(2) = f(2) - 2 = \ldots > 0$ et $h(3) = f(3) - 3 = \ldots < 0$ alors $h(2) \times h(3) < 0$ donc $2 < \alpha < 3$

x	1	$+\infty$
$h'(x)$	‖	$-$
$h(x)$	‖ $+\infty$	$\searrow$ $-\infty$

b) $\mathcal{C}_f$ (voir figure).

3.

a) f est continue et strictement décroissante sur $\mathbb{R}$ donc elle réalise une bijection de $]1, +\infty[$ sur un intervalle $J = f(]1, +\infty[) =]2, +\infty[$.

b) Soit $x \in J =]2, +\infty[$ et $y \in]1, +\infty[$.

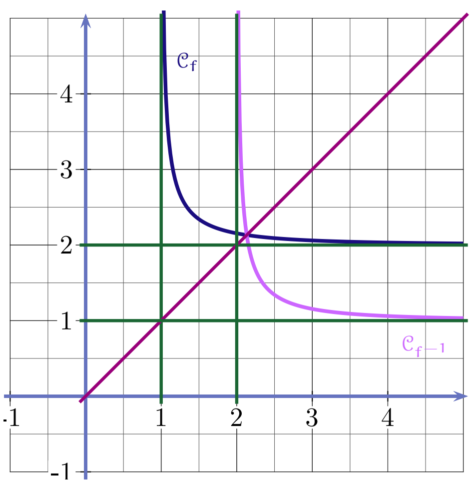
$$f^{-1}(x) = y \iff f(y) = x \iff 1 + \frac{y}{\sqrt{y^2-1}} = x \iff \frac{y}{\sqrt{y^2-1}} = x - 1.$$

$\dfrac{y}{\sqrt{y^2-1}} > 0$ et $x - 1 > 0$ car $x \in J =]2, +\infty[$ et $y \in]1, +\infty[$ donc :

$$\frac{y}{\sqrt{y^2-1}} = x - 1 \iff \left(\frac{y}{\sqrt{y^2-1}}\right)^2 = (x-1)^2 \iff \frac{y^2}{y^2-1} = (x-1)^2 \iff y^2 = y^2(x-1)^2 - (x-1)^2 \iff y^2\left[(x-1)^2 - 1\right] = (x-1)^2 \iff y^2\left(x^2 - 2x\right) = (x-1)^2 \iff y^2 = \frac{(x-1)^2}{x^2-2x}.$$

$$y > 0 \text{ donc } y^2 = \frac{(x-1)^2}{x^2-2x} \iff y = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x}}.$$

d'où $f^{-1}(x) = \dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-2x}}$ pour tout $x \in J =]2, +\infty[$.

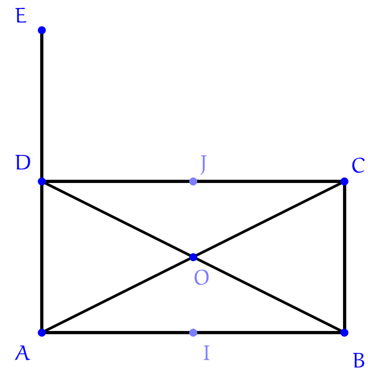


c) $\mathcal{C}_{f^{-1}}$ (voir figure).

Correction de l'exercice: 5

Retour à l'énoncé

1.



a) $AI = CJ$, $A \neq I$ et $C \neq J$ alors il existe un unique déplacement f tel que $f(A) = C$ et $f(I) = J$.

b) Soit α l'angle de f.
$\alpha \equiv \left(\widehat{\overrightarrow{AI}\ ,\ \overrightarrow{CJ}}\right) \equiv \pi[2\pi]$.
$\pi \neq 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ alors f est une rotation d'angle π donc f est une symétrie centrale.
$f(A) = C$ et $O = A * C$ donc $f = S_O$.

2. a) On a :

✓ $R_{(I,\frac{\pi}{2})}$ est un déplacement d'angle $\frac{\pi}{2}$,

✓ f est un déplacement d'angle π,

✓ $\frac{\pi}{2} + \pi = \frac{3\pi}{2} \neq 2k\pi$ pour tout $k \in \mathbb{Z}$.

Alors $g = R_{(I,\frac{\pi}{2})} of$ est une rotation d'angle $-\frac{\pi}{2}$ (car $\frac{3\pi}{2} \equiv -\frac{\pi}{2}[2\pi]$).

b) $g(A) = \left(R_{(I,\frac{\pi}{2})} of\right)(A) = R_{(I,\frac{\pi}{2})}[f(A)] = R_{(I,\frac{\pi}{2})}(C) = D$.
$g(I) = \left(R_{(I,\frac{\pi}{2})} of\right)(I) = R_{(I,\frac{\pi}{2})}[f(I)] = R_{(I,\frac{\pi}{2})}(J) = A$.

c) $g = R_{(\Omega,-\frac{\pi}{2})}$ alors $g \circ g = R_{(\Omega,-\pi)} = S_\Omega$.
$(g \circ g)(I) = g(A) = D$ donc $S_\Omega(I) = D$ donc $\Omega = I * D$.

3. Soit h l'antidéplacement tel que $h(A) = C$ et $h(I) = J$.

a) $I = A * B \implies h(I) = h(A) * h(B) \implies J = C * h(B) \implies h(B) = S_J(C) = D$.

b) On a : $J = h(I)$, $D = h(B)$ et $E = h(C)$.
Comme $BI = BC$ alors $h(B)h(I) = h(B)h(C)$ donc $DJ = DE$.
Comme $\left(\widehat{\overrightarrow{BI}\ ,\ \overrightarrow{BC}}\right) \equiv -\frac{\pi}{2}[2\pi]$ alors $\left(\widehat{\overrightarrow{h(B)h(I)}\ ,\ \overrightarrow{h(B)h(C)}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ car h est un antidéplacement qui change les mesures des angles orientés en leurs opposés.

c) $DJ = DE$ et $DJ = DA$ donc $DE = DA$.
$\left(\widehat{\overrightarrow{DA}\ ,\ \overrightarrow{DE}}\right) \equiv \left(\widehat{\overrightarrow{DA}\ ,\ \overrightarrow{DJ}}\right) + \left(\widehat{\overrightarrow{DJ}\ ,\ \overrightarrow{DE}}\right)[2\pi] \equiv \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}[2\pi] \equiv \pi[2\pi]$ donc D, A et E sont alignés.
D'où D est le milieu du segment $[AE]$.

d) Les segments $[AC]$ et $[IJ]$ n'ont pas la même médiatrice donc h n'est pas une symétrie orthogonale donc h est une symétrie glissante.
Soit $\overrightarrow{u}$ le vecteur de h et Δ son axe.
$h \circ h = t_{2\overrightarrow{u}}$ et $(h \circ h)(A) = E$ alors $2\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AE}$ donc $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AD}$.
$h(A) = C$ donc $O = A * C \in \Delta$ d'où Δ est la droite passant par O et de vecteur directeur $\overrightarrow{AD}$ donc $\Delta = (IJ)$.