Exercice n°1:

Soit la fonction f définie sur $\Re$ par : f(x) = $\dfrac{1}{x^2+2x+2}$.

1°) Montrer que f admet une primitive sur $\Re$.

2°) Soit F la primitive de f qui s'annule en -1. Et soit la fonction G définie sur $]-1;+\infty[$ par :

G(x) = $F(\dfrac{-x}{x+1})+F(x)$.

a/ Montrer que G est dérivable sur $]-1;+\infty[$ et calculer G'(x).

b/ En déduire que G(x) = 2F(0).

3°) Soit U la fonction définie sur $\left]-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right[$ par : U(t) = F(tant-1)

a/ Montrer que quelque soit t $\in \left]-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right[$, U(t) = t.

b/ En déduire que F(0) = $\dfrac{\pi}{4}$.

c/ Calculer alors $\displaystyle\int_{-1}^{0}\frac{dx}{x^2+2x+2}$.

4°) a/Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty}F(x)=\dfrac{\pi}{2}$ .Interpréter le résultat.

b/Dresser le tableau de variation de F sur $[-1;+\infty[$ et donner l'allure de la courbe de F sur $[-1;+\infty[$.

Exercice n°2:

Soit ABC un triangle tel que $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)\equiv\dfrac{\pi}{2}[2\pi]$ et AB = 2AC.

Désignons par S_1 la similitude directe qui transforme A en B et C en A.

1°) a/ Déterminer l'angle de S_1.

b/ Soit ω le centre de S_1 . Montrer que ω est le projeté orthogonale de A sur (BC).

2°) Soit S_2 la similitude directe de centre A et qui transforme B en C. On note I le milieu de $[AB]$,et soit l'application f = $S_1 o S_2$.

a/ Déterminer f(A).

b/ Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f.

3°) On considère la similitude indirecte σ qui transforme C en A et A en B.

On désigne par Ω le centre de σ .

Soit K le point définie par : $\overrightarrow{CK}=-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{CB}$

a/ Déterminer le rapport de σ .

b/ Déterminer $\sigma\, o\, \sigma$ (C).

c/ En déduire que $\overrightarrow{\Omega B}=4\overrightarrow{\Omega C}$ et que $\Omega\equiv$K

4°) Soient Δ l'axe de σ et J le milieu du segment $[\Omega B]$

a/ Donner la forme réduite de σ

b/Montrer que Δ est la médiatrice de $[AJ]$.