Exercice N°1 :

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte. Indiquer cette réponse .

1) Soit $I = \int_1^e \frac{(\ln x)^3}{x} dx$, alors I est égale à :

a) 3 b) $\frac{1}{4}$ c) $-\frac{1}{4}$

2) Soit $l = \lim\limits_{x \to 1^-} \left[\ln(1-x) + \frac{1}{1-x} \right]$,alors l est égale à :

a) 1 b) 0 c) $+\infty$

3) Soit n un entier non nul tel que $(5n) \wedge (3^2 \times 5^3 \times 7) = 35$,alors :

a) $n \equiv 0 \pmod 3$ b) $n \equiv 0 \pmod 5$ c) $n \equiv 0 \pmod 7$

Exercice N°2 :

Soit ABC un triangle tel que $\left(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ et AB = 2AC.

Désignons par S_1 la similitude directe qui transforme A en B et C en A.

1°) a/ Déterminer l'angle de S_1.

b/ Soit ω le centre de S_1 . Montrer que ω est le projeté orthogonale de A sur (BC).

2°) Soit S_2 la similitude directe de centre A et qui transforme B en C. On note I le milieu de $[AB]$,et soit l'application f = $S_1 o S_2$.

a/ Déterminer f(A).

b/ Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f.

3°) On considère la similitude indirecte σ qui transforme C en A et A en B.

On désigne par Ω le centre de σ . Soit K le point définie par : $\overrightarrow{CK} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$

a/ Déterminer le rapport de σ .

b/ Déterminer $\sigma \, o \, \sigma$ (C).

c/ En déduire que $\overrightarrow{\Omega B} = 4\overrightarrow{\Omega C}$ et que $\Omega \equiv$ K

4°) Soient Δ l'axe de σ et J le milieu du segment $[\Omega B]$

a/ Donner la forme réduite de σ

b/Montrer que Δ est la médiatrice de $[AJ]$.

Exercice N°4 :

1) Soit f la fonction définie sur $[-2,2]$ par $\begin{cases} f(x) = (x+2)\ln(x+2) & \text{si } x \neq -2 \\ f(-2) = 0 \end{cases}$

et (C) sa représentation graphique dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$

a) Montrer que f est continue à droite en

b) Etudier la dérivabilité de f à droite en

c) Donner le tableau de variation de f .

2) Soit g la fonction définie sur $[-2,2]$ par $g(x) = f(x) - x\sqrt{4-x^2}$

et (C') sa courbe représentative dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$

a) Déterminer la position relative des courbes (C) et (C')

b) Dans l'annexe ci-jointe , on a tracé la courbe (C') de g

Tracer la courbe (C) dans le même repère .

3) Soit un réel non nul appartenant à $[-2,2]$

On désigne par A_α l'aire de la partie du plan limitée par les courbes (C) et (C') et les droites d'équations respectives $x=0$ et $x=\alpha$

a) Montrer que $A_\alpha = \int_0^\alpha x\sqrt{4-x^2}\,dx$.(On distinguera les deux cas $\alpha>0$ et $\alpha<0$)

b) Calculer A_α

c) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par les deux courbes (C) et (C')

<u>Exercice N°5 :</u> *(4 points)*

Pour tout entier naturel non nul n , on considère la fonction f_n définie sur $[0,1]$ par $f_n(x)=e^{-x}-x^{2n+1}$

1) Etudier les variations de f_n
2) Montrer que pour tout entier naturel non nul n , l'équation $f_n(x)=0$ admet une unique solution u_n et que $u_n \in]0,1[$.

   On définit ainsi sur IN^* , une suite (u_n)
3) a) Soit n un entier naturel non nul et x un réel de l'intervalle $]0,1[$ .Comparer les réels $f_{n+1}(x)$ et $f_n(x)$

   b) Montrer que pour tout $n \in IN^*$, $f_n(u_{n+1})<0$

   c)Montrer que la suite (u_n) est croissante et en déduire qu'elle est convergente.

4) a) Montrer que pour $n \geq 1, \ln(u_n) = -\dfrac{u_n}{2n+1}$.

   b) Calculer la limite de la suite u_n .

Exercice 4 :