

Exercice N°1 :

Soit f définie sur $I =]0, 2]$ par $f(x) = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x}$. (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (o, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1) Etudier la dérivabilité de f à gauche en 2. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
- 2) Dresser le tableau de variation de f .
- 3) Soit h définie sur $]0, 2]$ pour $h(x) = f(x) - x$.
 - a) Etudier le sens de variation de h .
 - b) En déduire que l'équation $f(x) = x$ admet dans $]0, 2]$ une solution unique α et que $1,2 < \alpha < 1,3$.
 - c) Tracer (C) et $D : y = x$ dans le repère (o, \vec{i}, \vec{j}) .
- 4) a) Montrer que f réalise une bijection de $]0, 2]$ sur un intervalle J que l'on précisera.
 - b) Etudier la dérivabilité de f^{-1} sur J .
 - c) Tracer la courbe (C') de f^{-1} dans le repère (o, \vec{i}, \vec{j}) .
 - d) Ecrire une équation cartésienne de la tangente Δ à (C') au point d'abscisse $\sqrt{3}$.
- 5) Calculer $f^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$.

Exercice N°2

Soit f la fonction définie sur $[0, 2]$ par $f(t) = \sqrt{1+t}$

- 1) a) Calculer $f'(t)$, où f' est la fonction dérivée de f .
 - b) Montrer que pour tout t éléments de $[0, 2]$, $1 \leq \sqrt{1+t} \leq 2$
 - c) En déduire que pour tout t éléments de $[0, 2]$, $\frac{1}{4} \leq f'(t) \leq \frac{1}{2}$
- 2) Soit x un élément de $[0, 2]$. Montrer, à l'aide du théorème des inégalités des accroissements finis que $1 + \frac{1}{4}x \leq \sqrt{x+1} \leq 1 + \frac{1}{2}x$
- 3) En déduire un encadrement de $\sqrt{1,002}$
- 4) On appelle (ζ) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé (o, \vec{i}, \vec{j}) (unité 5 cm)
 - a) Tracer (ζ) ainsi que les droites (D_1) et (D_2) d'équations respectives : $y = \frac{1}{2}x + 1$ et $y = \frac{1}{4}x + 1$
 - b) Placez les points $A(0, 1)$, $B(2, 2)$, $C\left(2, \frac{3}{2}\right)$ et $D(2, 0)$.
 - c) Calculez, en cm^2 , l'aire de deux trapèzes $OABD$ et $OACD$.
 - d) On note A l'aire de la portion de plan limitée par l'axe des ordonnées, l'axe des abscisses, la courbe (ζ) et la droite d'équation $x = 2$. Hachurez cette portion de plan. Montrer que $62,5 \text{ cm}^2 \leq A \leq 75 \text{ cm}^2$.

Exercice N°3

Soit ABC un triangle rectangle et isocèle en A. on note $I = A * B$, $J = A * C$ et $K = B * C$ et E la symétrique de C par rapport à A.

- 1) Soit S_1 la similitude directe de centre B qui transforme C en A et S_2 la similitude directe de centre C qui envoie A sur B.
 - a) Déterminer le rapport et l'angle de S_1 et S_2 .
 - b) Déterminer $S_1(K)$ et $S_2(J)$.
- 2) Soit $h = S_2 \circ S_1^{-1}$ et $h' = S_1 \circ S_2^{-1}$.
 - a) Déterminer $h(A)$ puis caractériser h.
 - b) Déterminer $h' \circ h$ puis caractériser h' .
- 3) Soit M un point du plan distinct de B et C soit $S_1(M) = M'$ et $S_2(M) = M''$.
Montrer que $M'BM$ est un triangle rectangle isocèle en M. Donner alors une construction du point M' connaissant le point M.
- 4) Montre que $MM''C$ est un triangle rectangle et isocèle en M et construire le point M'' connaissant le point M

Exercice N°4

Soit ABCD un carré de centre O avec $\left(\overline{AB}; \overline{AD}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ et $I = A * B$.

- 1) On désigne par f la similitude directe qui envoie A en B et D en I.
 - a) Déterminer le rapport et l'angle de f. Déterminer son centre Ω .
 - b) Déterminer les images des droites (AC) et (CD) par f. En déduire que le triangle $O\Omega C$ est rectangle.
- 2) Soit $g = f \circ S_{(\Omega C)}$ on note $J = \Omega * C$.
 - a) Montrer que g est une similitude indirecte. Préciser son centre et son rapport.
 - b) Montrer que l'axe Δ de g est la médiatrice de [OJ].
- 3) Soit $h = f \circ g^{-1}$. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de h.