Série N° 4Math

Exercice N°1 :

Soit ( In ) la suite définie, pour tout entier n, par : In =  si n ≥ 1 et I0 = 

1. Calculer I0, puis I1.
2. Au moyen d'une intégration par parties, établir la relation pour tout entier n ≥ 1;

2In + n In – 1 = e2. En déduire I2.

1. a) Démontrer que la suite ( In ) est décroissante.
2. En déduire l'encadrement pour tout entier n ≥ 1: 
3. Déterminer alors  et 

Exercice N°2 :

Le plan est rapporté à un repère orthonormé 

1. Soit g la fonction définie sur] 0; + ∞[par: g(x) = 2x² + 1 – ln x.
2. Montrer que g est dérivable sur]0 ; + ∞[et calculer g'(x).
3. Dresser le tableau des variations de g.
4. Préciser le signe de g(x) sur l’intervalle] 0 ; + ∞[.
5. Soit f la fonction définie sur]0 ; + ∞[par : f(x) = 2x + 1 +  . On note ( ζ ) sa courbe représentative dans le repère 
6. Calculer, interpréter graphiquement ce résultat.
7. a) Vérifier que pour tout, x > 0, f '(x) = òu g est la fonction définie dans I).

b) Donner le tableau des variations de la fonction f.

1. Montrer que l'équation f(x) = 0 admet une unique solution α sur]0, + ∞[et que 0,4 < α < 0,5
2. a) Montrer que la droite D : y = 2x + 1 est une asymptote à ( ζ ) au voisinage de +∞.

b) Etudier la position relative de la courbe ( ζ ) et la droite D.

1. Déterminer une équation de la droite T qui est tangente à la courbe ( ζ ) en son point I d'abscisse 1.
2. Sur un même graphique, placer le point I puis tracer T, D et ( ζ ).
3. Soit F la fonction définie sur]0 ; + ∞[par F(x) = x² + x + 
4. Montrer que la fonction F est une primitive de f sur l’intervalle] 0, + ∞[.
5. On note A l'aire de la partie du plan limitée par la courbe ( ζ ), l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 1 et x = e. Calculer la valeur de A

Exercice N°3 :

Soit f la fonction définie sur par : .

On désigne par (ζ) sa courbe représentative dans un repère orthonormédu plan(unité : 2cm).

1. a) Montrer que pour tout  :.

b) Dresser le tableau de variation de f.

1. a) Tracer (ζ).

b) Calculer en cm2 , l’aire A de la partie du plan limitée par la courbe (ζ) et les droites d’équations y = 0, x = 0 et x = 1.

1. a) Montrer que f réalise une bijection desur un intervalle J que l’on précisera.

b) Tracer dans le même repère la courbe (ζ’) de la fonction réciproque de f.

c) Calculer en cm2 l, l’aire de la partie du plan limitée par les courbes (ζ), (ζ’) et les droites d’équations : x = 1 et y = 1.

1. a) Montrer que :.

b) Montrer que : est dérivable suret déterminer.

1. On pose :où α est un réel de ]0 ;1[.

a) Montrer que.

b) Calculer : 