Série N° 4Math

Exercice N°1 :

Soit f définie sur I =]0, 2] par f (x) = $\frac{\sqrt{4-x^2}}{x}$. (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (o, $\vec{i}, \vec{j}$).

1) Etudier la dérivabilité de f à gauche en 2. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
2) Dresser le tableau de variation de f.
3) Soit h définie sur]0, 2] pour h (x) = f (x) – x.
   a) Etudier le sens de variation de h.
   b) En déduire que l'équation f (x) = x admet dans]0, 2] une solution unique α et que 1,2 < α < 1,3.
   c) Tracer (C) et D : y = x dans le repère (o, $\vec{i}, \vec{j}$).
4) a) Montrer que f réalise une bijection de]0, 2] sur un intervalle J que l'on précisera.
   b) Etudier la dérivabilité de f^{-1} sur J.
   c) Tracer la courbe (C ') de f^{-1} dans le repère (o, $\vec{i}, \vec{j}$).
   d) Ecrire une équation cartésienne de la tangente Δ à (C ') au point d'abscisse $\sqrt{3}$.
5) Calculer f^{-1} (x) pour tout x $\in$ J.

Exercice N°2

Soit f la fonction définie sur [0, 2] par f (t) = $\sqrt{1+t}$

1) a) Calculer f ' (t), où f ' est la fonction dérivée de f.
   b) Montrer que pour tout t éléments de [0, 2], $1 \leq \sqrt{1+t} \leq 2$
   c) En déduire que pour tout t éléments de [0, 2], $\frac{1}{4} \leq f'(t) \leq \frac{1}{2}$
2) Soit x un élément de [0, 2]. Montrer, à l'aide du théorème des inégalités des accroissements finis que $1+\frac{1}{4}x \leq \sqrt{x+1} \leq 1+\frac{1}{2}x$
3) En déduire un encadrement de $\sqrt{1,002}$
4) On appelle (ζ) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (unité 5 cm)
   a) Tracer (ζ) ainsi que les droites (D_1) et (D_2) d'équations respectives : y = $\frac{1}{2}x+1$ et y = $\frac{1}{4}x+1$
   b) Placez les points A (0, 1), B (2, 2), C $\left(2, \frac{3}{2}\right)$ et D (2, 0).
   c) Calculez, en cm^2, l'aire de deux trapèzes OABD et OACD.
   d) On note A l'aire de la portion de plan limitée par l'axe des ordonnées, l'axe des abscisses, la courbe (ζ) et la droite d'équation

x = 2. Hachurez cette portion de plan. Montrer que 62,5 cm² ≤ A ≤ 75 cm².

Exercice N°3

Soit ABC un triangle rectangle et isocèle en A. on note I = A * B, J = A * C et K = B * C et E le symétrique de C par rapport à A.

1) Soit S_1 la similitude directe de centre B qui transforme C en A et S_2 la similitude directe de centre C qui envoie A sur B.
   a) Déterminer le rapport et l'angle de S_1 et S_2.
   b) Déterminer S_1(K) et S_2(J).
2) Soit $h = S_2 \circ S_1^{-1}$ et $h' = S_1 \circ S_2^{-1}$.
   a) Déterminer h(A) puis caractériser h.
   b) Déterminer h' ○ h puis caractériser h'.
3) Soit M un point du plan distinct de B et C soit $S_1(M) = M'$ et $S_2(M) = M''$.
   Montrer que M'BM est un triangle rectangle isocèle en M. Donner alors une construction du point M' connaissant le point M.
4) Montre que MM''C est un triangle rectangle et isocèle en M et construire le point M'' connaissant le point M

Exercice N°4

Soit ABCD un carré de centre O avec $\left(\widehat{\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AD}}\right) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et I=A*B.

1) On désigne par f la similitude directe qui envoie A en B et D en I.
   a) Déterminer le rapport et l'angle de f. Déterminer son centre Ω.
   b) Déterminer les images des droites (AC) et (CD) par f. En déduire que le triangle OΩC est rectangle.
2) Soit $g = f \circ S_{(\Omega C)}$ on note J = Ω*C.
   a) Montrer que g est une similitude indirecte. Préciser son centre et son rapport.
   b) Montrer que l'axe Δ de g est la médiatrice de [OJ].
3) Soit $h = f \circ g^{-1}$. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de h.