Exercice 1 :Q-CM

Donner les bonnes réponses.

Soit f une fonction définie sur IR et F la primitive de f qui vérifie F (0) = 2.

1) La primitive G de la fonction $x \mapsto f(2x)$ qui vérifie G (0) = 2 est telle que G(x) est égal à :

a) F(2x) + 1 b) $\frac{1}{2}F(2x) + 1$ c) $\frac{1}{2}F(2x)$

2) La primitive H de la fonction $x \mapsto f(x+2)$ qui vérifie H (0) = 2 est la fonction :

a) $x \mapsto F(x+2) - F(2)$ b) $x \mapsto F\left(\frac{1}{2}x^2 + x\right)$ c) $x \mapsto F(x+2) + 2 - F(2)$

3) La primitive J de la fonction $x \mapsto f(x) + 2$ qui vérifie J (0) = 2 est la fonction :

a) $x \mapsto F(x) + 2$ b) $x \mapsto F(x) + 2x$ c) $x \mapsto F(x)$

Exercice 2 :

Soit f la fonction définie sur IR par f(x) = $\frac{1}{x^2+1}$ et F l'unique primitive de f sur IR qui vérifie la condition F(0) = 0.

1) Démontrer que la fonction $x \mapsto -F(-x)$ est une primitive de f sur IR. En déduire que F est impaire.

2) Soit g la fonction définie sur l'intervalle]0 ; +∞[par : g(x) = $F\left(-\frac{1}{x}\right)$

a) Démontrer que g est une primitive de la fonction f sur l'intervalle]0 ; + ∞[.

b) En déduire que, pour tout réel x >0 :F(x) =2F(1)–$F\left(\frac{1}{x}\right)$ et que F admet une limite finie L en + ∞.

3) On désigne par h la fonction définie sur l'intervalle $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ par h(x) = F(tan x).

a) Déterminer la fonction dérivée de h.

b) En déduire que, pour tout réel x, h(x) = x. Calculer F(1) et en déduire la valeur de L

Exercice 3 :

Déterminer la primitive F de f sur l'intervalle I vérifiant la condition indiquée.

1) f : $x \mapsto 4x^2 - 3x + 2$, I = IR et F (-1) = 0 ; 2) f : $x \mapsto \cos 3x$, I = IR et $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$;

3) f : $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{4-x}}$, I =]-∞ ; 4[et F (0) = 0 ; 4) f : $x \mapsto \cos x \sin 2x$,I = IR et $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.

Exercice 4 :

Dans le plan orienté, on considère deux triangles équilatéraux ADB et ACE de sens direct. On suppose que AB=AC, faire une figure en prenant AB = 4cm et $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) \equiv \frac{\pi}{4}[2\pi]$. On note : O = B*C, J = A*E et I = A*D .Tracer le triangle OIJ.

1) Déterminer le rapport et l'angle de la similitude directe S de centre C telle que S(J)=A.
2) Soit K = S(O).
   a) Montrer que le triangle COK est rectangle en O.
   b) Déduire la construction de K.
3) a) Déterminer le rapport et l'angle de la similitude directe S' de centre B telle que S'(A) = I.
   b) Quelle est l'image de K par S' ?
4) Soit $\tau = S' \circ S$.
   a) Démontrer que τ est une rotation de centre O et préciser son ongle.
   b) En déduire que le triangle OIJ est équilatéral.
5) Soit R la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$.
   a) Montrer que $R \circ S$ est une similitude directe dont on précisera le rapport et l'angle.
   b) Déterminer : $R \circ S(C)$ et $R \circ S(J)$. Construire alors le centre W de $R \circ S$.

Devoir.tn
Toutes les matières, tous les niveaux...