L. B. Monastir	Série n : 36	4 ème Math
P.P. : Ali Zouhaïer		
Chapitres : Déplacement + antidéplacement + …		

Exercice N°1(2 points)

Pour les deux questions suivantes, une seule des trois réponses est exacte. Le candidat indiquera sur la copie sans justification le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie

1) Soient Δ_1 , Δ_2 *et* Δ_3 trois droites strictement paralleles l'isometrie f= $S_{\Delta_1} \circ S_{\Delta_2} \circ S_{\Delta_3}$ est une :

a) symetrie orthogonale b) symetrie glissante c) une translation

2) Soit f un déplacement , g un antideplacement tels que f(A)=B et g(B)=A avec $A \neq B$ *.Alors* $g \circ f$ est:

a) une symetrie glissante b) symetrie orthogonale c) translation

Exercice 2 *d'après un devoir*

Dans le plan orienté on considère un triangle ABC rectangle en A et tel que $\widehat{\left(\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}\right)} \equiv \frac{\pi}{3}\ [2\pi]$. On désigne par $O = B * C, I = A * C et J = A * B$.

1/ Montrer qu'il existe un déplacement unique R vérifiant R$(A) = C$ et R$(B) = O$

2/a- Montrer que R est une rotation puis construire son centre D.

b- Déterminer la nature du quadrilatère AODB.

c- Montrer que $\widehat{\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OC}\right)} \equiv \frac{2\pi}{3}\ [2\pi]$.

3/ On désigne par $R_C = r_{\left(C,\frac{\pi}{3}\right)}$, $R_A = r_{\left(A,\frac{\pi}{3}\right)}$ et T=$t_{\overrightarrow{AC}}$ puis on pose $f = R_C \circ T \circ R_A$, g = $S_{(OI)} \circ S_{(OJ)}$ et $h = t_{\overrightarrow{AB}}$.

a- Déterminer f(A).

b- Donner la nature et les éléments caractéristiques de f.

c- Caractérisr les applications g et h.

Exercice 3 D'après un devoir

Dans le plan orienté on considère un triangle en A tel que $\widehat{(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})} \equiv \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$, $\widehat{(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA})} \equiv \frac{\pi}{3}\ [2\pi]$.

On note $O = B * C$, $J = A * C$, $K = O * B$, $I = S_{(BC)}(A)$.

1/ Montrer que OAB est équilatéral.

2/a- Montrer qu'il existe une seul rotation R tels que R(A)=C et R(B)=O.

b- Caractériser R.

On pose $f = S_{(BC)} \circ R$; $g = S_{(BC)} \circ R \circ S_{(KJ)}$; $h = R^{-1} \circ S_{(BC)} \circ t_{\overrightarrow{KJ}}$

3/a- Déterminer f(I) et f(A) , en justifiant.

b- Déterminer la droite Δ tel que R=$S_\Delta \circ S_{(AI)}$

c- Montrer que f est une symétrie glissante dont on précisera l'axe et le vecteur.

4/ Déduire la nature et les éléments caractéristiques de g.

5/a- Montrer que $(S_{(BC)} \circ R)^{-1} = S_{(KJ)} o t_{\overrightarrow{Jk}}$.

b- Déduire que h est une symétrie orthogonale que l'on précisera.

Exercice 4 Extrait d'un Bac

Soir $AFED$ un carré de coté $4\ cm$ tel que $\widehat{\left(\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AD}\right)} \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et soit O son centre. On désigne par B et O_1 les symétriques respectifs de A et O par rapport à la droite (EF).

A- **1**/**a**- Soit r la rotation définie par $r(F) = E$ et $r(E) = D.$ Préciser l'angle et le centre de r.

b- Soit $f = r \circ S_{(OO_1)}$; *où* $S_{(OO_1)}$ est la symétrie orthogonale d'axe (OO_1). Montrer que f est la symétrie orthogonale d'axe (OE).

2/ Soit $r' = t_{\overrightarrow{OO_1}} \circ r^{-1}$ où $t_{\overrightarrow{OO_1}}$ désigne la translation de vecteur $\overrightarrow{OO_1}$ et r^{-1} désigne la rotation réciproque de r.

a- Montrer que r' est une rotation dont on précisera l'angle.

b- D'éterminer $r'(O).$ En déduire que F est le centre de r'.

3/ On désigne par g l'antidéplacement défini par $g(D) = F$ et $g(O) = O_1$.

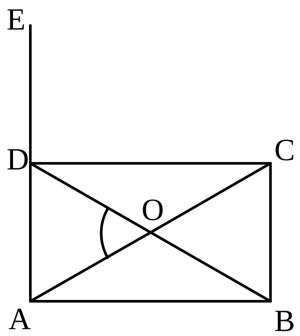
a- Montrer que g est une symétrie glissante et déterminer sa forme réduite.

b- Soit M un point du plan.
Montrer que $\left[\ g(M) = r'(M)\right]$ si et seulement si $\left[\ f(M) = M\right]$

c- En déduire l'ensemble des points M tels que $g(M) = r'(M)$.

Exercice 5

$ABCD$ est un rectangle de centre O tel que $\widehat{\left(\overrightarrow{OD};\overrightarrow{OA}\right)} \equiv \frac{\pi}{3} \quad [2\pi]$.



1)**a**/ Prouver qu'il existe une seule rotation R qui transforme C en A et B en O.

b/ Désignons par Ω le centre de R.

i) Justifier que $\widehat{\left(\overrightarrow{\Omega B};\overrightarrow{\Omega C}\right)} \equiv \frac{\pi}{3} \quad [2\pi]$.

ii) Prouver donc que $\Omega \in [AB]$.

2) Soit l'application $f = S_{(OA)} \circ S_{(\Omega O)} \circ S_{(\Omega C)}$.

a/ Calculer $f(B)$ et $f(C)$.

b/ Prouver que f est une symétrie glissante dont on donnera le vecteur $\vec{u}$ et l'axe Δ.

3) Soit E le symétrique de A par rapport à D et A' le point vérifiant $\overrightarrow{A'E} = \overrightarrow{OD}$.

a/ Montrer que $AOA'D$ est un losange.

b/ Prouver donc que $f(A) = E$.

Exercice 6

ABC est un triangle rectangle en A et tel que $\widehat{\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}\right)} \equiv \frac{\pi}{3} \quad [2\pi],\ O = B * C$ et R la rotation de centre C et d'angle $\frac{-\pi}{3}$.

1)**a**- Montrer qu'il existe un unique déplacement f tel que $f(A) = O$ et $f(C) = B$.

b- Montrer que f est une rotation dont on précisera son centre; construire son centre I.

c- Donner une mesure de l'angle orienté $\widehat{\left(\overrightarrow{IO};\overrightarrow{IB}\right)}$ et en déduire que I appartient au segment [AB].

2) On pose $\varphi = S_{(IC)} \circ S_{(BC)} \circ S_{(OI)} \circ S_{(IC)}$.

a- Montrer que $\varphi = R \circ f$.

b- Déterminer $\varphi(A)$ puis caractériser φ. En déduire que $R^{-1} \circ S_{(AB)} = f \circ S_{(AC)}$.

3) Soit g l'antidéplacement tel que $g(A) = O$ et $g(C) = B$.

a- Montrer que g est une symétrie glissante dont déterminera l'axe et le vecteur.

b- Soit D le point tel que $ABDC$ est un rectangle. Montrer que $g(O) = D$.

c- On pose $B' = g(B)$, montrer que $B' = S_D(B)$.

Exercice 7

On considère dans le plan orienté un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 2\,BC$ et $\widehat{\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}\right)} \equiv \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$. Soient $I = A * B$; $J = C * D$ et $B' = S_B(A)$.

1/a- Montrer que il existe un unique déplacement f du plan tel que $f(A) = C$ et $f(I) = J$.

b- Quel est l'angle de f ? Caractériser donc f.

c- Déterminer $f(B)$.

2/ Déterminer la droite (δ) telle que $f = S_{(IJ)} \circ S_{(\delta)}$.

3/ Soit r la rotation de centre I et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

a) Préciser $r(B); r(C)$ et $R(J)$

b) Soit M un point de $[CJ]$. La perpendiculaire à (IM) issue de I coupe la perpendiculaire à (BM) issue de J en un point M'. Quel est l'ensemble des points M'quand M décrit $[CJ]$?

4/a- Montrer que $g = r \circ f$ est une rotation dont on précisera l'angle.

b- Déterminer $g(A)$.

c- Déduire la construction du centre de g.

5/a) Montrer que il existe un antidéplacement φ telle que :$\varphi(A) = C$ et $\varphi(I) = J$.

b) Montrer que φ est une symétrie glissante.

c) Montrer que $\varphi(B) = D$.

6/a) Déterminer $\varphi \circ S_{(AB)}(A)$ et $\varphi \circ S_{(AB)}(B)$. En déduire que $\varphi \circ S_{(AB)} = f$.

b) Déterminer les éléments caractéristiques de φ.

Exercice 8

ABC est un triangle équilatéral tel que $\widehat{\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)} \equiv \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$. Désigons par I$=A * C$; $K = A * B$ et J=B$*C$. Soit C_1 le symétrique de I par rapport à C.

1/**a**- Montrer qu'il existe une seule rotation R qui transforme K en C et B en C_1. Donner l'angle de R.

b- Déterminer R(A).

2/ Soit J' le symétrique de J par rapport à I. Montrer que J'=$R_A(I)$ avec R_A la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

3/ Montrer que $R \circ R_A^{-1}$ est une translation de vecteur $\overrightarrow{AI}$.

4/ Soit $A_1 = S_{(IJ')}(A)$.

a- Prouver que AIA_1J' est un losange .

b- Trouver R(I).