L. B. Monastir	**Série n : 61**	$4^{ème}$ Math
P.P. : Ali Zouhaïer		
Chapitre : Espace + ...		

Exercice 1 bac Tn 2008 s princpale - section Sc exp

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

On considère les points $A(3,2,6),\ B(1,2,4)\ et\ C(4,-2,5)$.

1/a- Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$.

b- En déduire que les points A, B et C ne sont pas alignés.

c- Calculer le volume du tétraèdre $OABC$.

2/ Soit H le projeté orthogonal du point O sur le plan (ABC). Mq $OH=\frac{4}{3}$.

3/ Soit $S\ la$ sphère de centre O et passant par A.

a- Justifier que l'intersection de S avec le plan $(ABC)\ est$ un cercle $\mathcal{C}$ de centre H.

b- Calculer le rayon du cercle $\mathcal{C}$.

Exercice 2 (bac 2008 - session principale - Sc Techniques)

On considère les points A$\left(1,\ -4,\ 0\right)$, $B\left(4,-1,\ 3\right)$, $C(4,-4,-3)$ et $D\left(-2,\ 2,-3\right)$.

1/a) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.

b) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$.

2/ Calculer l'aire du triangle ABC.

3/ Montrer que la droite (AD) est perpendiculaire au plan (ABC).

4/a) Vérifier que le volume du tétraèdre ABCD est égal à 27.

b) Calculer l'aire du triangle BCD.

c) En déduire la distance du point A au plan (BCD).

Exercice n°3 : (4 pts)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$.

On considère les points $A(3,0,0)$, $B(0,1,1)$, $C(-1,1,2)$ et $D(3,1,1)$.

1) $a/$ Calculer les composantes du vecteur $\vec{u}=\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$.

$b/$ Déduire l'aire du triangle ABC.

$c/$ Montrer que les points A, B, C et D sont non coplanaires.

2) $a/$ On note V le volume du tétraèdre $ABCD$. Montrer que : $V=\frac{1}{2}$.

$b/$ Soit H le projeté orthogonal de D sur le plan (ABC). Calculer DH.

3) $a/$ Calculer la distance du point D à la droite (AC).

$b/$ On note H' le projeté orthogonal de D sur la droite (AC), montrer que le triangle DHH' est rectangle et en déduire HH'.

Exercice 7 d'après un devoir

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ on donne les points A$(1;-1;1)$, B$(1;0;0)$, C$(-1;0;1)$ et D$(1;-1;0)$.

1/a) Calculer la distance du point C à la droite (AB).

b) En déduire que A, B et C ne sont pas alignés.

c) Calculer l'aire du triangle ABC.

2/a) Montrer qe ABCD est un tétraèdre.

b) Calculer le volume du tétraèdre ABCD.

c) Soit H le projeté orthogonal de D sur le plan (ABC). Calculer DH.

3/a) Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC).

b) Déterminer les coordonnées du point H.

c) Retrouver la distance DH.

Exercice 4 d'après un devoir

L'espace rapporté à un repère orthonormé direct R=$\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.

On considère les points A$(1;-1;1)$, B$(1;0;0)$, C$(-1;0;1)$ et D$(1;-1;0)$.

1/a) Déterminer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ puis $\left(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\right).\overrightarrow{AD}$.

b) En déduire que A, B et C déterminer un plan P et que D n'appartient pas à P.

c) Calculer le volume du tétraèdre ABCD.

d) En déduire la distance du point D au plan P.

2/ Vérifier que P à pour équation $x + 2y + 2y - 1 = 0$.

3/ Soit S : $x^2 + y^2 + z^2 + y - z - 1 = 0$

a) Montrer que S est une sphère dont on précisera le centre Ω et le rayon R.

b) Montrer que le plan P coupe S suivant un cercle (C) dont on précisera le centre et le rayon.

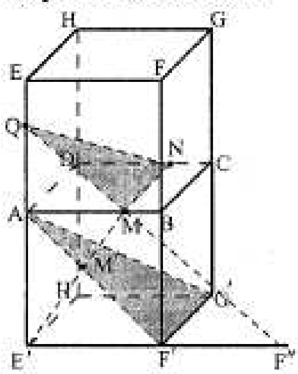
c) Vérifier que (C) est le cercle circonscrit au triangle ABC.

4/ Soit P_m le plan d'équation $x + 2y + 2z + m = 0$, m$\in IR$

Déterminer m pour que P$_m$ soit tangent à S.

Exercice 5 D'après un devoir

ABCDEFGH et E'F'G'H'ABCD sont deux cubes isométriques. On munit l'espace du repère orthonormé direct $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$



1) a) Déterminer les coordonnées des points F' et G'.

b) Déterminer $\overrightarrow{AF'} \wedge \overrightarrow{AG'}$ En déduire une équation du plan (AF'G').

2) soit S l'ensemble des points M(x, y ,z) tel que : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 1 = 0$.

a)Montrer que S est une sphère don' on précisera le centre et le rayon .

b) Déterminer $\mathscr{C} = S \cap (AF'G')$.

c) Montrer que le volume du cône de révolution de base $\mathscr{C}$ et de Sommet C est égal à : $\dfrac{\sqrt{2}\pi}{12}$

3) Soit a un réel de $]0, \frac{1}{2}[$. On désigne par M et N les points Définis par : $\overrightarrow{AM} = 2a\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CN} = a\overrightarrow{CD}$ et par Q le point de coordonnées (0,0, b) où b est un réel non nul.

a) Montrer que $\overrightarrow{MN} \wedge \overrightarrow{MQ} = b\overrightarrow{AB} + (3a-1)b\,\overrightarrow{AD} + 2a\overrightarrow{AE}$.

b) En déduire les valeurs de a et b pour les quels le plan (MNQ) est parallèle au plan (AF'G').

4) Dans la suite de l'exercice on prend $a = \frac{1}{3}$ et $b = \frac{2}{3}$.

Soit h l'homothétie de centre E' qui transforme A en Q. La droite (QM) coupe (E'F') en F''.

a) Montrer que h(F') = F''

b) La droite (E'M) coupe le plan (AF'G') en M'. Montrer que M', A et F' sont alignés.

Exercice 6 d'après un devoir

On muni l'espace d'un repère $\left(O, \vec{i}, \vec{j}; \vec{k}\right)$ et on donne les points $A(-1,1,2)$, B$(1,0,-10)$, $C(2,-1,1)$. et D$(-1,0,2)$.

1/a-. Vérifier que B, C et D ne sont pas alignés.

b- Déterminer une équation cartésienne du plan Q passant par les points B, C et D.

c- Vérifier ue le point A n'appartient pas à Q.

2/ Soit H le projeté orthogonal du point A sur le plan Q.

a- Calculer AH. **b**- Calculer le volume du tétraèdre ABCD.

4/ Soit S la sphère de diamètre $[AH]$. Déterminer $Q \cap S$.