Exercice 1 Vrai - Faux

1/ Soient A et B deux événements tels que $p(A) = 0,23$, $p(B) = 0,72$ et $p(AUB)=0,7844$. On a A et B sont deux événements indépendants.

2/ Soient A et B deux événements. On a : $p(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - p(A \cap B)$.

3/ Un sac contient 1000 boules noires et 5 boules blanches. Un joueur tire au hasard une boule du sac si sa couleur est noire alors il perd 1 dinar si non il gagne 100 dinars. Le jeu est favorable au joueur.

Exercice 2

Une urne U contient 4 jetons blancs et trois noirs. Une urne U' contient 17 jetons blancs et 18 jetons noirs. On jette un dé cubique (numéroté de 1 à 6) parfait .Si le 6 apparait, on tire un jeton de l'urne U sinon on tire un jeton de l'urne U'.

Désignons par A:« le 6 apparait » et B:« tirer un jeton blanc ».

1- Démontrer que la probabilité de tirer un jeton blanc est 0,5.

2- On a tirer un jeton blanc .Calculer la probabilité pour qu'il provienne de U.

Exercice 3

Ali possède un jeu électronique, une partie est un duel entre Ali et un monstre choisi par la machine. Deux choix équiprobables sont possibles, soit le monstre M_1, soit le monstre M_2. Les événements A:"Ali combat M_1'' et B:"Ali combat M_2'' ont la même probabilité $\frac{1}{2}$. Les deux monstres sont de force inégaux.

On admet que si Ali combat M_1 la probabilité pour qu'il gagne est $\frac{1}{3}$ et si Ali combat M_2 la probabilité pour qu'il gagne est $\frac{1}{4}$.

1/ Ali joue une partie .Soit l'événement G:"Ali gagne".Calculer la probabilité de $A \cap G$, $B \cap G$. En déduire que la probabilité de G est $\frac{7}{24}$.

2/ Ali a gagné à la fin d'une partie, quelle est la probabilité qu'il a jouer avec le monstre M_2 ?

Exercice 4

Un sac contient 4 jetons blancs et deux jetons noirs indiscernable au toucher.

1/ On considère l'épreuve qui consiste a tirer au hasard deux jetons de la manière suivante: on tire le premier jeton, s'il est noir on le garde et on tire le deuxième, s'il est blanc on le remet en ajoutant 2 noirs puis on tire le deuxième jeton. Calculer la probabilité de:

A: Obtenir 2 jetons de couleurs différentes.

B: Le premier jeton est blanc sachant que le deuxième est noir.

2/ On répète l'épreuve précédente cinq fois successifs en remettant à chaque répétition le sac à son état initial. Calculer la probabilité de:

C: A est réalisé exactement 3 fois pendant les 5 répétitions.

D: A est réalisé pour la première fois au 4-ième répétition.

E: A est réalisé uniquement trois fois successifs.

Exercice 6

Une maladie atteint 3% d'une population donnée. Dans ce qui suit on appelle «malade» les individus atteints de cette maladie et «bien portant» ceux qui ne sont pas .On dispose d'un teste pour déetecter cette maladie. Ce teste donne les résultats suivants:

- Chez les individus bien portant, 98% de testes négatifs.
- Chez les individus malades, 5% de testes négatifs.

On décide d'hospitaliser tous les individus ayant un teste positif.

On note M l'événement «être malade» et T l'événement «avoir un teste positif».

1/a- Calculer la probabilité de l'évènement «être malade et avoir un teste positif».

b- Calculer la probabilité de l'évènement «être bien portant et avoir un teste positif».

c- En déduire p(T) et $p(\bar{T})$ les probabilités de respectivement T et $\bar{T}$.

2/ Calculer la probabilité d'être bien portant parmi les individus hospitalisés.

3/ On considère un échantillon de 10 personne prise de façon indépendantes parmi les personnes hospitalisées. Quelle est la probabilité qu'il ait au plus une personne bien portant parmi elles.

Exercice 7 bac

Le directeur du personnel d'une entreprise constate que, chaque hiver, un nombre important d'employés s'absentent, malades de la grippe.
Le médecin de l'entreprise lui assure qu'une personne non vaccinée contre la grippe à 40% de chances de la contacter, alors qu'une personne vaccinée n'a que 5% de risque de tomber malade. Le directeur décide donc de proposer au personnel une vaccination gratuite, afin de susciter des volontaires pour cette vaccination.

1/ On choisit un employé au hasard et on considère les évènements suivants:

V:«l'employé s'est fait vacciner»

G:«l'employé contactera la grippe durant l'hiver»

a) Déterminer les probabilités $p(G/V)$;$p(\bar{G}/V)$;$p(G/\bar{V})$ et $p(\bar{G}/\bar{V})$.

b) Exprimer la probabilité p(G) de l'évènement G en fonction de p(V) de l'évènement V.

2/ Déterminer le pourcentage minimum de personnes à vacciner pour que au moins 20% des employés aient la grippe cet hiver.

3/ Dans cette question, on suppose que 80% accepte de se faire vacciner.

a- Quelle est la probabilité p_1 qu'un employé, pris par hasard, tombe malade cet hiver ?

b- Ali, ingénieur dans l'entreprise, tombe malade de la grippe. Quelle est la probabilité p_2 qu'il soit vacciné ?

c- Calculer la probabilité p_3 qu'un employé, pris par hasard, ne soit pas vacciné et attrape la grippe ?

Exercice 8 **Bac**

Un gardien de but doit faire face, lors d'une démonstration, à un certain nombre de tire directs. Les experiences précédentes conduisent à penser que :

⊗ s'il arrète le $n^{ième}$ tir,la probabilité qu'il arrète le tir suivant $\left[(n+1)^{ième}\right]$ est 0,8.

⊗ s'il laisse passer le $n^{ième}$ tir, la probabilité qu'il arrète le suivant est 0,6.

⊗ la probabilité qu'il arrète le premier tir est 0,7.

A_n désigne l'événement « le gardien arrête le $n^{ième}$ tir ».

1/**a**- Donner $n \in IN^*$, les valeurs de $p(A_{n+1}/A_n)$ et $p(A_{n+1}/\overline{A_n})$.

b- Exprimer $p(A_{n+1} \cap A_n)$ et $p(A_{n+1} \cap \overline{A_n})$ en fonction de $p(A_n)$.

c- En déduire que $\forall n \in IN^*$ on a $p(A_{n+1}) = 0,2p(A_n) + 0,6$.

2/ On pose à présent pour $n \in IN^*$, $p_n = p(A_n)$ et $u_n = p_n - 0,75$.

a- Démontrer que (u_n) est une suite géométrique de raison 0,2.

b- En déduire une expression de u_n en fonction de n.

c- Montrer que (p_n) admet une limite que l'on calculera.

Exercice 9 *bac tn 2009 s. principale - section EG.*

Une usine fabrique en grande série de climatiseurs susceptibles de présenter deux défauts a et b. Une étude statistique de la production conduit aux résultats suivants :

- ♦ 3 % des climatiseurs présentent le défaut a.
- ♦ Parmi les climatiseurs présentant le défaut a, 8 % présente le défaut b.
- ♦ Parmi les climatiseurs ne présentant pas le défaut a, 2% présente le défaut b.

On prélève au hasard un climatiseur dans la production. On désigne par A et B les événements suivants :

A:« Le climatiseur présente le défaut a». B:« Le climatiseur présente le défaut b»

. **1**/ faire un arbre pondéré.

2/ Pour cette question, on donne les résultats à quatre chiffres après la virgule.

a) Quelle est la probabilité que ce climatiseur présente à la fois les deux défauts a et b ?

b) Quelle est la probabilité que ce climatiseur présente le défaut b ?

c) Quelle est la probabilité que ce climatiseur ne présente pas aucun défaut ?

Exercice 10 *bac tn 2009 s. principale - section info.*

Une entreprise fabrique des calculatrices. Un contrôle de qualité a montré que chaque calculatrice fabriquée par cette entreprise pouvait présenter deux types de défauts indépendantes a et b.

Un calculatrice est dite défectueuse si elle présente au moins l'un des deux défauts.

On considère les deux événements suivants:

A:« une calculatrice fabriquée présente le défaut a»

B:« une calculatrice fabriquée présente le défaut b»

On suppose que les probabilités de A et B sont : p$(A) = 0,01$ et p$(B) = 0,03$.

1/**a**) Calculer p$(A \cap B)$.

b) En déduire que la probabilité pour qu'une calculatrice fabriquée soit défectueuse est égale à 0,0397.

2/ Une librairie passe une commande de 20 calculatrices. Calculer la probabilité que deux calculatrices dans cette commandes soient défectueuses.

3/ La librairie exige que sur une commande d'un nombre n de calculatrices, la probabilité d'avoir au moins une calculatrice défectueuse reste inférieure à 50%.
Déterminer le nombre maximum de calculatrice qu'elle peut commander.

Exercice 11 *bac tn 2009 s. principale - section technique*

Une caisse d'assurance maladie propose à ses affiliés une modalité d'hospitalisation m.

Les employés d'une entreprise sont tous affiliés à cette caisse d'assurance et on sait que :

- le $\frac{1}{3}$ des employés choisissent la modalité m.
- parmi les employés qui ont choisi la modalité m, 80% sont atteints d'une maladie chronique.
- parmi les employés qui n'ont pas choisi la modalité m, 75% sont atteints d'une maladie chronique.

On choisi un ployé au hasard et on considère les événements suivants:

M: « l'employé choisit la modalité m »

C: « l'employé est atteint d'un maladie chronique »

1/**a**) Déterminer les probabilités suivantes : p(M) , p(C/M) et p$(C/\overline{M})$

b) Construire un arbre pondéré décrivant cette situation.

2/**a**) Calculer la probabilité que cet employé ait choisi la modalité m et soit atteint d'une maladie chronique.

b) Calculer la probabilité que cet employé n'ait pas choisi la modalité m et soit atteint d'une maladie chronique.

c) En déduire p(C).

3/ Soit l'événement E:«l'employé choisit la modalité m, sachant qu'il est atteint d'une maladie chronique ». Montrer que p$(E) = \frac{8}{23}$.

Exercice 12 *(4 points)*

A la suite d'une découverte dans un pays A des premiers cas d'une maladie contagieuse non mortelle M, il a été procédé dans ce pays à une importante compagne de vaccination 70% des habitants de A sont vaccinés. Une étude a révelé que 5 % des vaccinés ont été touchés à de degrés divers par la maladie, pourcentage qui s'est élevé à 60% chez les non vaccinés.

1/ Calculer :

a) La probabilité pour qu'un individu pris au hasard dans la population ait été touché par cette maladie. *1*

b) La probabilité pour qu'un individu ait été vacciné sachant qu'il a été atteint par cette maladie. *1*

2/ Les séquelles laissées par cette maladie M sont variées mais on admet que 2% des individus malades ont subi des lésions de la vue. On réalise une enquête sur n anciens malades d'un secteur donné. On désigne par X la variable aléatoire qui donne le nombre d'individus soufrant des lésions de la vue parmi eux. On suppose que la population du pays est suffisamment importante pour que X suive une loi binomiale.

a) Exprimer en fonction de n, la probabilité p_n pou qu'au cours de cette enquête on découvre qu'il y a au moins une personne soufrant des lésions des eux consécutives à cette maladie M. *1*

b) Quelle est la plus petite des valeurs de n réalisant $p(X \geqslant 1) \geqslant 0,95$? *1*

Exercice 5 Bac blanc

On dispose de deux urnes u_1 et u_2. L'urne u_1 contient trois boules blanches et deux boules noires. L'urne u_2 contient une boule blanche et quatre boules noires. Soit l'épreuve qui consiste à tirer au hasard de u_1 deux boules simultanément et de u_2 trois boules successivement et sans remise.

1/ Soit l'événement A:« Obtenir cinq boules noires ».
Montrer que la probabilité de A est $\frac{1}{25}$.

2/ Soit X l'aléa numérique prenant pour valeur le nombre des boules blanches obtenues.

a- Déterminer la loi de probabilité de X.

b- Calculer l'espérance de X ainsi que sa variance.

3/ On répète l'épreuve précédente cinq fois de suite en remettant les boules dans leurs urnes d'origines.

a- Calculer la probabilité de l'événement B:«A est réalisé trois fois»

b- Après les cinq répétitions on réalise l'épreuve suivante :

- Si B est réalisé on mélange les deux urnes et on tire simultanément deux boules du mélange.
- Sinon on tire une boule de chaque urne.

On note C l'événement : « Obtenir deux boules blanches ».
Calculer p(C/B); p$(C/\bar{B})$ puis déduire p(C).