Exercice 1 bac

Dans cette exercice, les résultats numériques devront être justifiés par le rappel des formules utilisées.

Le tableau suivant donne l'âge X et la tension artérielle Y de 10 hommes.

X	58	40	74	34	65	49	53	51	36	40
Y	16,7	13,1	17,2	11,6	15,5	15,1	14,2	14,4	13,0	14;2

1/ Déterminer la moyenne et la variance de chacune de ces variables.

2/ Déterminer le coefficient de correlation linéaire des variables X et Y. Interpréter le résultat.

3/ Déterminer une équation de la droite de régression de Y en X.

4/ Estimer la tension artérielle d'un homme âgé de 45 ans.

Exercice 2 (bac tn.1996)

Dans le tableau statistique suivant, X désigne la température moyenne extérieur en 24 heures et Y désigne la consommation de pétrole de chauffage pour les mêmes 24 heures pour une famille donnée.

X en degrés	-2	0	4	8	10
Y en litres	40	30	20	15	10

1/ Construire, dans un plan rapporté à un repère orthogonal, le nuage de points représentant la série double donnée.

2/ Calculer le coefficient de correlation linéaire entre X et Y et vérifier qu'il y a une forte corrélation linéaire entre ces deux variables .

3/ Déterminer une équation cartésienne de la droite de régression de Y en X.

4/ Quelle prévision (en litres) sur sa consommation de pétrole peut faire la famille considérée, si une vague de froid persiste pendant 48 heures avec une température moyenne extérieure de -4°.

Exercice 3

Concernant la distance de freinage d'une automobile circulant sur une route humide, on donne l'information suivante :

Vitesse(Km/h)	x_i	40	50	60	70	80	90	100	110	120
Distance freinage(**m**)	y_i	29	42	57	75	94	115	150	166	193

1/ Calculer le coefficient de corrélation linéaire de x et y.
Interpréter le résultat trouvé.

2/ Etablir par la méthode des moindres carrés, l'équation de D la droite de régression de y en x.

3/ A l'aide la relation précédente, estimer la vitesse de l'automobile qui a fait 50 mètres de freinage.

4/ On suppose que les réflexes du conducteur répondent après une seconde quand il conduit a une vitesse de 72 Km/h. Estimer dans ce cas la distance pour stopper le véhicule dès qu'il voie le danger.

Exercice 3 **bac**

Dans le tableau suivant,figurent les resultats d'une enquête réalisée dans une magasin pour déterminer le nombre d'acheteurs potentiels d'un modéle de chaussures en fonction de son prix de vente.

Prix x d'une paire (en dinars)	35	40	45	50	55	60
Nombre y d'acheteurs potentiels	140	120	100	95	85	70

Le but de l'exercice est de déterminer le prix de vente pour le quel la recette correspendant à la commercialisation de ce modèle est maximale.

1/**a**) Calculer le coefficient de correlation linéaire de la serie double (x y).

b) En utilisant la methode de moindre carrés (regression de y en x), exprimer y en fonction de x, sous la forme y=ax+b (où a et b désigne des nombres dont donnera et on utilisera par la suite les approximations décimales arrondies a 10^{-3} prés pour a et à 10^{-1} prés pour b).

2/ On designe par r(x) la reccette correspondant à la ventes de y paires du modèle étudié au prix unitaire x.

a- En utilisant l'expression 1/b),exprimer r(x) en fonction de x.

b- donner,en l'arrendissant en dinars la plus prodhe le prix de vente pour laquelle la recette est maximale,calculer cette recette maximale.

Exercice 5 *Vrai - Faux*

1/ Soient A et B deux événements tels que p$(A) = 0,23$, $p(B) = 0,72$ et $p(AUB)=0,7844$. On a A et B sont deux événements indépendants.

2/ Un sac contient 1000 boules noires et 5 boules blanches. Un joueur tire au hasard une boule du sac si sa couleur est noire alors il perd 1 dinar si non il gagne 100 dinars. Le jeu est favorable au joueur.

Exercice 6 bac

Le directeur du personnel d'une entreprise constate que, chaque hiver, un nombre important d'employés s'absentent, malades de la grippe.
Le médecin de l'entreprise lui assure qu'une personne non vaccinée contre la grippe à 40% de chances de la contacter, alors qu'une personne vaccinée n'a que 5% de risque de tomber malade. Le directeur décide donc de proposer au personnel une vaccination gratuite, afin de susciter des volontaires pour cette vaccination.

1/ On choisit un employé au hasard et on considère les évènements suivants:

V:«l'employé s'est fait vacciner»

G:«l'employé contactera la grippe durant l'hiver»

a) Déterminer les probabilités p(G/V);p($\bar{G}$/V);p(G/$\bar{V}$) et p($\bar{G}$/$\bar{V}$).

b) Exprimer la probabilité p(G) de l'évènement G en fonction de p(V) de l'évènement V.

2/ Déterminer le pourcentage minimum de personnes à vacciner pour que moins de 20% des employés aient la grippe cet hiver.

3/ Dans cette question, on suppose que 80% accepte de se faire vacciner.

a- Quelle est la probabilité p_1 qu'un employé, pris par hasard, tombe malade cet hiver ?

b- Ali, ingénieur dans l'entreprise, tombe malade de la grippe. Quelle est la probabilité p_2 qu'il soit vacciné ?

c- Calculer la probabilité p_3 qu'un employé, pris par hasard, ne soit pas vacciné et attrape la grippe ?

Exercice 7 **Bac**

Un gardien de but doit faire face, lors d'une démonstration, à un certain nombre de tire directs. Les experiences précédentes conduisent à penser que :

⊗ s'il arrète le n^{ième} tir,la probabilité qu'il arrète le tir suivant $\left[(n+1)^{ième}\right]$ est 0,8.

⊗ s'il laisse passer le n^{ième} tir, la probabilité qu'il arrète le suivant est 0,6.

⊗ la probabilité qu'il arrête le premier tir est 0,7.

A_n désigne l'événement « le gardien arrête le n^{ième} tir ».

1/a- Donner $n \in IN^*$, les valeurs de $p(A_{n+1}/A_n)$ et $p(A_{n+1}/\overline{A_n})$.

b- Exprimer $p(A_{n+1} \cap A_n)$ et $p(A_{n+1} \cap \overline{A_n})$ en fonction de $p(A_n)$.

c- En déduire que $\forall n \in IN^*$ on a $p(A_{n+1}) = 0,2p(A_n) + 0,6$.

2/ On pose à présent pour $n \in IN^*$, $p_n = p(A_n)$ et $u_n = p_n - 0,75$.

a- Démontrer que (u_n) est une suite géométrique de raison 0,2.

b- En déduire une expression de u_n en fonction de n.

c- Montrer que (p_n) admet une limite que l'on calculera.

Exercice 7 *bac tn 2009 s. principale - section EG.*

Une usine fabrique en grande série de climatiseurs susceptibles de présenter deux défauts a et b. Une étude statistique de la production conduit aux résultats suivants :

♦ 3 % des climatiseurs présentent le défaut a.

♦ Parmi les climatiseurs présentant le défaut a, 8 % présente le défaut b.

♦ Parmi les climatiseurs ne présentant pas le défaut a, 2% présente le défaut b.

On prélève au hasard un climatiseur dans la production. On désigne par A et B les événements suivants :

A:« Le climatiseur présente le défaut a». B:« Le climatiseur présente le défaut b»

. **1**/ faire un arbre pondéré.

2/ Pour cette question, on donne les résultats à quatre chiffres après la virgule.

a) Quelle est la probabilité que ce climatiseur présente à la fois les deux défauts a et b ?

b) Quelle est la probabilité que ce climatiseur présente le défaut b ?

c) Quelle est la probabilité que ce climatiseur ne présente pas aucun défaut ?

Exercice 8 *bac tn 2009 s. principale - section info.*

Une entreprise fabrique des calculatrices. Un contrôle de qualité a montré que chaque calculatrice fabriquée par cette entreprise pouvait présenter deux types de défauts indépendantes a et b.

Un calculatrice est dite défectueuse si elle présente au moins l'un des deux défauts.

On considère les deux événements suivants:

A:« une calculatrice fabriquée présente le défaut a»

B:« une calculatrice fabriquée présente le défaut b»

On suppose que les probabilités de A et B sont : p$(A) = 0,01$ et p$(B) = 0,03$.

1/a) Calculer p$(A \cap B)$.

b) En déduire que la probabilité pour qu'une calculatrice fabriquée soit défectueuse est égale à 0,0397.

2/ Une librairie passe une commande de 20 calculatrices. Calculer la probabilité que deux calculatrices dans cette commandes soient défectueuses.

3/ La librairie exige que sur une commande d'un nombre n de calculatrices, la probabilité d'avoir au moins une calculatrice défectueuse reste inférieure à 50%.

Déterminer le nombre maximum de calculatrice qu'elle peut commander.

Exercice 9 *bac tn 2009 s. principale - section technique*

Une caisse d'assurance maladie propose à ses affiliés une modalité d'hospitalisation m.

Les employés d'une entreprise sont tous affiliés à cette caisse d'assurance et on sait que :

- le $\frac{1}{3}$ des employés choisissent la modalité m.
- parmi les employés qui ont choisi la modalité m, 80% sont atteints d'une maladie chronique.
- parmi les employés qui n'ont pas choisi la modalité m, 75% sont atteints d'une maladie chronique.

On choisi un ployé au hasard et on considère les événements suivants:

M: « l'employé choisit la modalité m »

C: « l'employé est atteint d'un maladie chronique »

1/**a**) Déterminer les probabilités suivantes : p(M) , p(C/M) et p$(C/\overline{M})$

b) Construire un arbre pondéré décrivant cette situation.

2/**a**) Calculer la probabilité que cet employé ait choisi la modalité m et soit atteint d'une maladie chronique.

b) Calculer la probabilité que cet employé n'ait pas choisi la modalité m et soit atteint d'une maladie chronique.

c) En déduire p(C).

3/ Soit l'événement E:«l'employé choisit la modalité m, sachant qu'il est atteint d'une maladie chronique ». Montrer que p$(E) = \frac{8}{23}$.

Exercice 10

On dispose de deux urnes A et B. Dans A il y a 3 boules rouges et 2 boules blanches et dans B il y a une boule rouge et 3 boules blanches.
On considère l'épreuve (E) suivante:on tire simultanément deux boules de A puis on les met dans B puis on tire successivement sans remise deux boules de B. On considère l'alea numérique Y qui compte le nombre de boule rouge tirées de l'urne A.

1/ Déterminer la loi de probabilité de Y puis calculer son espérance mathématique E(Y).

2/ Soit l'événement C:«à la fin de l'épreuve l'urne B ne contient que des boules blanches». Montrer que la probabilité de C est égale à $\frac{11}{150}$.

3/ Calculer la probabilité d'avoir tirée une seule boule rouge de A sachant qu'à la fin de l'épreuve l'urne B contient zéro boule rouge.

4/ On répète l'épreuve précédente n (n$\in IN^*$) fois de suites en remettant les urnes dans leurs états initiales avant chaque répétition.

a) Dans cette question on prend n$=$5. Calculer la probabilité de H:« C est réalisé au plus une fois pendant les 5 répétitions».

b) n étant un élément de IN^*; soit p_n la probabilité de G_n:«au moins une fois C est réalisé pendant les n répétitions». Trouver le plus petit n pour que $p_n \geq 0.99$.

Exercice 11 **QCM**

1/ *(d'après bac)*: Soient A et B deux événements tels que p$(A) = 0,4$, $p(B) = 0,5$, p$(\overline{A \cup B}) = 0,35$.

a) p$(A \cap B) = 0,1$ **b**) p$(A \cap B) = 0,25$

c) les données sont insuffisantes pour répondre.

2/ Un variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,94$. Sachant que $E(X) = 14,1$ alors la valeur de n est :

a) 15 **b**) 13 **c**) 14

3/ On donne l'arbre de probabilité ci-contre:

a) $p(E/G) \approx 0,3$

b) $p(E/G) \approx 0,145$

c) $p(E/G) \approx 0,26$

4/ Une urne contient 5 boules blanches, 3 boules noires et 1 boule rouge. On tire successivement et avec remise n (n$\in IN^*$) boule(s) de l'urne. Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boule rouge. On a :

a) $p(X=1) = \left(\frac{1}{9}\right)^n$ **b**) $p(X=1) = \frac{1}{9n}$ **c**) $p(X=1) = \frac{n8^n}{3^{2n}}$.

5/ <u>(bac Tn 2008)</u> La durée de vie X, exprimée en années, d'une machine automatique suit une loi exponentielle de paramètre $0,4$. La probabilité que la machine tombe en pane avant 10 ans est égale à :

a) e^{-4} **b**) $1-0,4e^{-4}$ **c**) $1-e^{-4}$.

Exercice 12

Une société de marque M fabrique des ampoules éléctriques de durée de vies sont des variables aléatoires qui suivent des lois exponentielles des paramètres des réels strictement positifs.

1/ Dans cette question on s'interrèsse à un type d'ampoule de la sossiété dont la variable de durée de vie T est de paramètre est $\lambda = 0,001$.
Pour les questions suivantes on donnera d'abord le résultat exacte puis une valeur approchée à 10^{-3} près.

a- Déterminer la probabilité que cette ampoule ait une défaillance avant 100 heures.

b- Quelles est la probabilité qu'une ampoule de ce type ait une durée de vie supérieure à 1000 heures?

c- Sachant qu'une ampoule est en marche 500 heures, quelles est la probabilité quelle est une durée de vie inférieur à 1000 heures?

d- Déterminer t tel que $p(T \geqslant t) = 0,5$.

2/ λ étant quelconque de $]0,+\infty[$. Désignons par p_1 la probabilité qu'une ampoule, de la sossiété, de durée de vie T, de paramètre λ, reste en marche un an à raison de 10 heurs en 24 heures.
déterminer les λ tels que $p_1 \geqslant 0,8$.

3/ Les savants *montrent* que la durée de vie moyenne, en heures, d'une ampoule de durée de vie T, et de paramètre λ le réel $\overline{T}_\lambda = \lim\limits_{x\to+\infty}\left[\int_0^x \lambda t e^{-\lambda t}dt\right]$.

a- Montrer que $\int_0^x \lambda t e^{-\lambda t}dt = \frac{1}{\lambda}(-\lambda x)e^{(-\lambda x)} - \frac{1}{\lambda}e^{-\lambda x} + \frac{1}{\lambda}$.

b- La sossiété presente au marché deux modèles l'un est de paramètre $\lambda_1 = 0,001$ au prix de 1 dinar et l'autre est de paramètre $\lambda_2 = 0,00001$ au prix de 10 dinars. Quel est le choix scientifiquement le plus économique? justifier votre choix.