L. B. Monastir	**Série n : 11**	$4^{ème}$ Math – Sayada
P.P. : Ali Zouhaïer		Séance n : 4
Chapitres : Nombres Complexes + Limite - Continuité + Suite +...		

Exercice 1

Soit la suite $(u_n)_{n\in IN}$ définie par : $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = u_n + \frac{u_n+2}{u_n+1}$; $\forall n \in IN$

1/a- Montrer que $\forall n \in IN;\ u_n \geqslant 0$.

b- Déduire que la suite $(u_n)_{n\in IN}$ est croissante.

2/a- Montrer que $\forall n \in IN;\ u_{n+1} \geqslant u_n + 1$.

b- Déduire que $\forall n \in IN;\ u_n \geqslant n$.

c- Préciser donc la limite de (u_n).

Exercice 2 D'après un devoir

On cnsidère la suite (u_n) définie sur IN par : $u_0 = \frac{1}{2}$ et $u_{n+1} = u_n^2\sqrt{u_n}$; $\forall n \geqslant 0$

1/ Montrer que $\forall n \in IN;\ 0 \prec u_n \prec 1$.

2/ Montrer que (u_n) est décroissante.

3/ En déduire que (u_n) est convergente et trouver sa limite.

4/a- Montrer que $\forall n \in IN;\ u_n \leqslant \left(\frac{1}{2}\right)^n$.

b- Retrouver la limite de (u_n).

Exercice 3 D'après un devoir

1/ Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = \frac{x^2+2}{2x}$.

a- Dresser le tableau de variation de f.

b- Montrer que $\forall x \in]0;+\infty[;\ f(x) \geqslant \sqrt{2}$.

c- Montrer que $\forall x \geqslant \sqrt{2};\ f(x) \leqslant x$.

2/ Soit la suite (u_n) défini sr IN* par : $u_0 = \frac{3}{2}$ et $u_{n+1} = f(u_n)$; $\forall n \in IN$

a- Montrer que $\forall n \in IN;\ u_n \succ \sqrt{2}$.

b- Montrer que (u_n) est décroissante.

c- Déduire que (u_n) est convergente et déterminer sa limite.

3/a- Montrer que $\forall n \in IN^*;\ 0 \prec u_{n+1} - \sqrt{2} \leqslant \frac{1}{2}\left(u_n - \sqrt{2}\right)$.

b- En déduire que $\forall n \in IN^*;\ 0 \prec u_n - \sqrt{2} \leqslant \left(\frac{1}{2}\right)^n$

c- Retrouver la limite de (u_n).

Exercice 4

Soit la suite (w_n) définie sur IN* par : $w_1 = 0$ et $w_{n+1} = \frac{1}{w_n + \frac{1}{n}}$; $\forall n \in IN^*$

1/a- Montrer par récurrence que $\forall n \in IN^*;\ 1 - \frac{1}{n} \leqslant w_n \leqslant 1$.

b- Etudier la convergence de (w_n).

2/ Pour tout $n \in IN^*$ on pose

$$S_n = \frac{1}{n^2}(1w_1 + 2w_2 + 3w_3 + \ldots + nw_n)$$

a- Mq $\frac{n(n+1)}{2} - \frac{n+1}{2} \leqslant 1w_1 + 2w_2 + 3w_3 + \ldots + nw_n \leqslant \frac{n(n+1)}{2}$

b- Déduire que (S_n) est convergente et déterminer sa limite.

Exercice 5

Soit la suite (u_n) définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = u_n^2 + u_n$; $\forall n \in IN$

1/ Etudier la monotonie de (u_n).

2/a- Montrer que $\forall n \in IN^*;\ u_n \geqslant 2^{n-1}$.

b- Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

3/ Pour tout n$\in$ IN^* on pose S$_n$ $= \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{u_k} = \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \ldots + \frac{1}{u_n}$

a- Montrer que (S_n) est croissante sur IN*.

b- Donner, en fonction de n, une expression plus simple de
$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \ldots + \frac{1}{2^{n-1}}$.

c- Montrer que $\forall n \in IN^*;\ S_n \leqslant 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$.

d- conclure de ce qui précède que la suite (S_n) est convergente.

Exercice 6

Soit la suite réelle (u_n) définie sur IN par:$u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \dfrac{2u_n}{\sqrt{6u_n^2+1}}$

1/**a**) Montrer que $\forall n \in IN; u_n > \frac{1}{\sqrt{2}}$.

b) Montrer que (u_n) est décroissante .

c) Montrer que (u_n) est convergente et préciser sa limite L.

2/ Soit (v_n) la suite réelle définie sur IN par: $\forall n \in IN; v_n = \dfrac{u_n}{\sqrt{2u_n^2-1}}$

a- Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 2.

b- Déterminer l'expression de v_n puis de u_n en fonction de n.

c- Retrouver la limite de la suite (u_n).

3/**a**) Montrer que $\forall n \in IN; \frac{1}{u_n^2} = 2 - \frac{1}{4^n}$.

b) On pose $\forall n \in IN^*; S_n = \frac{1}{u_0^2} + \frac{1}{u_1^2} + \ldots. + \frac{1}{u_{n-1}^2}$.

Montrer que $\forall n \in IN^*; S_n = 2n - \frac{4}{3}\left(1 - \frac{1}{4^n}\right)$.

Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} \left[\frac{S_n}{n}\right]$.

Exercice 7 Extrait d'un devoir (légèrement modifié)

Soit (u_n) la suite réelle définie sur IN par : u$_0$ $= \frac{1}{2}$ et $u_{n+1} = \sqrt{2u_n+3}$; $\forall n \in IN$

1/ Montrer que pour tout n $\in IN$; $\frac{1}{2} \leqslant u_n \prec 3$.

2/ Etudier la monotonie de la suite (u_n).

3/ Prouver (u_n) est une suite convergente.

4/**a**- Montrer que alors pour tout n $\in IN$; $0 \prec 3 - u_{n+1} \leqslant \frac{2}{5}(3 - u_n)$.

b- En déduire que pour tout n $\in IN$; $0 \prec 3 - u_n \leqslant 3\left(\frac{2}{5}\right)^n$. Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

Exercice 8 Extrait d'une série d'un collègue

Soit (u_n) la suite réelle définie sur IN par : u$_0$ $= 1$ et $u_{n+1} = u_n + \dfrac{1+u_n}{1+2u_n}$; $\forall n \in IN$

1/ Montrer que pour tout n de IN on a : u$_n$ $\geqslant 1$.

2/ Montrer que (u_n) est croissante.

3/**a**- Montrer que si (u_n) est majorée alors (u_n) est converge vers -1.

b- Déterminer alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

4/**a**- Montrer que pour tout n de IN on a : $u_{n+1} \succ u_n + \frac{1}{2}$.

b- Retrouver alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

5/ Soit (v_n) la suite définie par : $\forall n \in IN;\ v_n = u_{n+1} - u_n$.

a- Montrer que $\forall n \in IN;\ v_n \leqslant \frac{1}{2} + \frac{1}{2n}$.

b- En déduire que (v_n) est convergente et donner sa limite.

Exercice 9 *d'après un devoir*

Soit f la fonction définie par $f(x) = \begin{cases} x\cos\dfrac{\pi}{x^2} & \text{si } x \prec 0 \\ \dfrac{x^2(\sqrt{x}-1)}{-x^2-x+2} & \text{si } x \geqslant 0 \end{cases}$

1) Déterminer le domaine de définition de f.

2) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$. Interpréter le résultat graphiquement.

3)**a**- Encadrer $f(x)$ pour $x \in]-\infty, 0[$.

b- Calculer alors $\lim\limits_{x\to0^-} f(x)$ puis montrer que f est continue en 0.

c- Justifier la continuité de f sur son domaine de définition.

d- f est-elle prolongeable par continuité en 1 ?

4) Soit g la fonction définie sur $I=\left[1,\ 2\right]$ par $g(x) = f(-x+\cos\pi x)$

Montrer que g est continue sur I.

Exercice 10 *d'après un devoir*

Dans le repère $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$, ci-dessous, est tracé les courbes représentatives (C) et (C') respectives des fonctions f et g. La fonction f est définie sur $]-\infty,-1]$ et la fonction g est définie sur]2;4].

1/ Donner graphiquement : $f(-1),\ f(-2),\ g(4),\ g(3),\ \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to2^+} g(x)$.

2/ En déduire $g\circ f([-2,-1])$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} g\circ f(x)$.

3/**a**- Montrer que pour tout réel a et b tels que $a \prec b \leqslant -1;$ on a $g\circ f(a) \succ g\circ f(b)$

b- En déduire le sens de variation de la fonction $g\circ f$ sur $]-\infty,-1]$.

4/ Prouver que l'équation $g\circ f(x) = \dfrac{1}{2}$ admet une unique solution α dans $]-2;\ -1[$.

Exercice 11

Pour tout $n \in IN^*\backslash\{1\}$ on considère la fonction f_n définie sur IR^+ par :

$f_n(x) = -1 + x^2 + x^3 + \ldots + x^n$.

1/ Dresser le tableau de variation de f_n.

2/**a**) Calculer $f_n(1)$.

b) Montrer que l'équation $f_n(x) = 0$ admet une solution unique u_n.

On construit ainsi une suite $(u_n)_{n\geqslant2}$.

3/**a**) Montrer que pour tout $n \geqslant 2;\ u_n \in]0;1[$

b) Prouver que $f_{n+1}(u_n) \geqslant 0,$ déduire la monotonie de (u_n)

c) Justifier la convergence de la suite (u_n).

4/**a**) Montrer que $2-u_n = \dfrac{1-u_n^{n+1}}{1-u_n}$; $\forall n \geqslant 3$

b) Prouver que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n^{n+1} = 0$

c) Déterminer enfin $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

Exercice 12 *Bac*

1)**a**- Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation:
$z^2 - \sqrt{3}z + 1 = 0$

b- Ecrire les solutions trouvées sous forme exponentielle.

c- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^4 - \sqrt{3}z^2 + 1 = 0$.

2/ Soit θ un réel de l'intervalle $\left] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right[$.

a- On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E)\ : z^2 - (2\sin\theta)z + 1 = 0$
Vérifier que $e^{i\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}$ et $e^{-i\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}$ sont les solutions de (E).

b- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^4 - (2\sin\theta)z^2 + 1 = 0$.

Exercice 13 *Bac Tn 2003 s. controle*

On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) suivante :
$(E)\ : z^3 - 2\left(\sqrt{3}+i\right)z^2 + 4\left(1+i\sqrt{3}\right)z - 8i = 0$

1/**a**- Montrer que (E) *admet* une solution imaginaire pure que l'on déterminera.

b- Résoudre (E) *dans* $\mathbb{C}$.

c- Donner la forme exponentielle de chaque solution de (E).

2/ Soit θ un réel et E_θ l'équation :
$(E_\theta)\ : z^3 - 2e^{i\theta}\left(\sqrt{3}+i\right)z^2 + 4e^{2i\theta}\left(1+i\sqrt{3}\right)z - 8ie^{3i\theta} = 0$

a- Démontrer que : $(ze^{-i\theta})$ est solution de (E) si et seulement si z est solution de (E_θ).

b- En déduire les solutions de (E_π) suivante :
$z^3 + 2\left(\sqrt{3}+i\right)z^2 + 4\left(1+i\sqrt{3}\right)z + 8i = 0$

3/ Représenter dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$ les images des solutions des équations (E) et (E_π) et vérifier qu'elles sont les sommets d'un polygone régulier

Exercice 14 *Bac Tn 2008 s. controle*

1/**a**) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E)\ : z^2 - z + 1 = 0$

b) Mettre les solutions de (E) sous forme exponentielle.

c) En déduire les solutions de l'équation $(E')\ : z^4 - z^2 + 1 = 0$.

2/ Mettre le polynome $\mathrm{P}(z) = z^4 - z^2 + 1$ sous forme d'un produit de deux polynomes du second degré à coefficients réels.

3/ Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$. On désigne par A, B, C et D les images des solutions de l'équation(E') telles que $\mathrm{Re}(z_A) \succ 0$, $\mathrm{Im}(z_A) \succ 0$; $\mathrm{Re}(z_B) \succ 0$ et $\mathrm{Im}(z_D) \succ 0$.

a) Placer les points A, B, C et D.

b) Déterminer la nature du quadrilatère ABCD.

Exercice 9

Soit $(u_n)_{n\in IN}$ la suite définie sur IN par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = u_n^2 + 2u_n ; \forall n \in IN \end{cases}$

1/a- Montrer que $\forall n \in IN;\ u_n > 0$.

b- Montrer que la suite (u_n) est croissante.

c- En déduire que $u_{n+1} \geqslant 3u_n;\ \forall n \in IN$

d- Montrer alors que $\forall n \in IN;\ u_n \geqslant 3^n$

e- Préciser alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

2/ On considère la suite (S_n) définie sur IN* par : $S_n = \sum\limits_{k=0}^{n-1} \frac{1}{u_k}$

a- Montrer que (S_n) est croissante.

b- Montrer que $1 \leqslant S_n \leqslant \frac{3}{2}\left[1-\left(\frac{1}{3}\right)^n\right]$

c- Déduire enfin que (S_n) converge vers un réel L et que L$\in \left[1;\ \frac{3}{2}\right]$

Exercice 10 *D'après un devoir*

Soit u la suite définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \frac{u_n^2 - u_n + 2}{1+u_n}$; $\forall n \in IN$

1/a- Mq $\forall n \in IN;\ 1 \prec u_n \leqslant 2$.

b- Etudier la monotonie de u. En déduire que u est convergente et calculer sa limite.

2/a- Mq $\forall n \in IN;\ 0 \prec u_{n+1} - 1 \leqslant \frac{1}{2}(u_n - 1)$.

b- Mq $\forall n \in IN;\ 0 \prec u_n - 1 \leqslant \left(\frac{1}{2}\right)^n$ puis retrouver la limite de u.

3/ On pose $S_n = \sum\limits_{k=1}^{n} u_k$ pour tout k de IN*.

a- Mq $\forall n \in IN^*;\ n \prec S_n \leqslant n + 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$

b- En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{S_n}{n}$.

Exercice 11 *(Omar Al Khayam n:71 page : 44)*

Soit la suite (u_n) définie sur IN par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = u_n + \frac{1}{u_n}$; $\forall n \in IN$.

1/ Montrer par récurrence que $\forall n \in IN,\ u_n > 0$.

2/ Prouver que (u_n) est strictement croissante.

3/ Démontrer que $\forall k \in IN;\quad 2 \leqslant (u_{k+1})^2 - (u_k)^2 \leqslant 2 + u_{k+1} - u_k$.

En déduire que pour tout entier naturel n;

$$2n \leqslant (u_n)^2 - 1 \leqslant 2n + u_n - 1$$

4/ Prouver que (u_n) diverge vers $+\infty$.

5/ Prouver que quel que soit le naturel n ; $1 - \frac{1}{u_n} \leqslant \frac{2n}{(u_n)^2} \leqslant 1 - \frac{1}{(u_n)^2}$

puis que la suite $\left(\frac{u_n}{\sqrt{2n}}\right)$ a une limite réelle que l'on précisera.

Exercice 12

1/ Soit la suite U définie sur IN^* par :

$$u_1 = 2 \quad \text{et} \quad \forall n \in IN^*; u_{n+1} = 2 + \frac{n^2}{u_n}.$$

a) Montrer par récurrence que $\forall n \in IN^*;\ n \leqslant u_n \leqslant n+1$.

b) En déduire la limite de la suite U.

2/ Soit la suite V définie sur IN^* par $v_n = \frac{1}{u_n - n} - 1$.

a) Montrer que $\forall n \in IN^*;\ v_{n+1} = \frac{1}{v_n + \frac{1}{n}}$.

b) Calculer v_2 et montrer par récurrence que :

$$\forall n \in IN^*;\ 1 - \frac{1}{n} \leqslant v_n \leqslant 1.$$

c) Déterminer alors $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} (u_n - n)$.

3/ Soit la suite S définie sur IN^* par $S_n = \frac{1}{n^2}\sum\limits_{k=1}^{n}(kv_k)$.

a) Montrer que $\forall n \in IN^*;\ S_n - \frac{n+1}{2n} = \frac{1}{n^2}\sum\limits_{k=1}^{n} k(v_k - 1)$

b) En déduire que :$\forall n \in IN^*;\ \frac{-1}{n} \leqslant S_n - \frac{n+1}{2n} \leqslant 0.$

c) Montrer alors que la suite S converge vers $\frac{1}{2}$.

Exercice 13 (***Ex 10 page 6 du tome 1 de la collection Math plus***)

Soit $(u_n)_{n\in IN}$ la suite définie sur IN par $\begin{cases} u_0 \in IR \\ u_{n+1} = u_n^2 + 2u_n; \forall n \in IN \end{cases}$

1/ Déterminer la valeur de u_0 pour que (u_n) soit une suite constante.

2/ On suppose que $u_0 > 0$.

a- Montrer que $\forall n \in IN;\ u_n > 0$.

b- Montrer que la suite (u_n) est croissante.

c- En déduire que $u_{n+1} \geqslant u_n(u_0+2)$ puis montrer que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$.

3/ Soit $u_0 \in IR$. On définie la suite (v_n) définie par $\forall n \in IN;\ v_n = 1 + u_n$.

a- Montrer que $\forall n \in IN;\ v_{n+1} = (v_n)^2$. En déduire par récurrence que $\forall n \in IN;\ v_n = (1+u_0)^{2^n}$

Vérifier alors que $u_n = (1+u_0)^{2^n} - 1$.

b- Montrer que :

(u_n) converge si et seulement si $-2 < u_0 \leqslant 0$.

Supposons que (u_n) converge calculer sa limite.

4/ On prend $u_0 = 1$ et on considère la suite $t_n = \frac{1}{1+u_n}$ et $S_n = \sum\limits_{k=0}^{n-1} t_n;\ \forall n \in IN^*$

a- Montrer que $\forall n \in IN;\ 0 \leqslant t_n \leqslant \frac{1}{2^n}$.

b- Montrer que (S_n) est croissante et $1 \leqslant S_n \leqslant 2 - \frac{1}{2^{n-1}}$.

En déduire que (S_n) est convergente et donner un encadrement de sa limite.

Exercice 14

Soit les suites réelles (u_n) , (v_n) et (w_n) définies par :

$u_n = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} + \ldots + \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}$ pour $n \geqslant 1$

On pose $v_n = u_{2n}$ et $w_n = u_{2n+1}$.

1/ Montrer que la suite (v_n) est croissante et (w_n) est décroissante.

2/ Comparer v_n et w_n.

3/**a**) Montrer que les suites (v_n) et (w_n) sont nadjacentes.

b) Déduire que la suite (u_n) est convergente vers un réel α.

4/ Déterminer un entier naturel n permettant d'avoir un encadrement de α d'amplitude inférieur à 10^{-2}.

Exercice 15 *D'après un devoir*

Soient les suites u et v définies sur IN* par : $\forall n \in IN^*$

$u_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{k!} = \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \ldots + \frac{1}{n!}$ et $v_n = u_n + \frac{1}{n(n!)}$

1/ Montrer que u est croissante et v est décroissante.

2/**a**- Montrer que ; $n! \geqslant n$. En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} (n!)$.

b- En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} (u_n - v_n)$.

c- Déduire alors que les suites u et v sont adjacentes.

3/a- Montrer que les suites u et v sont convergentes vers une même $\forall n \in IN^*$ limite L et que $\forall n \in IN^*;\ u_n \leqslant L \leqslant v_n$.

b- Calculer u_3 et v_3. En déduire que $1,66 \prec L \prec 1,73$

Exercice 16 *D'après un devoir (légèrement modifié)*

1/ Soit f la fonction définie sur]0;+∞[par : $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{x}$

Montrer que $\forall x \in [1;2],\ f(x) \in [1;2]$.

2/ On considère la suite $(u_n)_{n\in IN}$ définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = f(u_n);\ \forall n \in IN$.

a- Montrer que $\forall n \in IN;\ u_n \in [1;2]$.

b- Montrer que $\forall n \in IN;\ u_{n+1} - \sqrt{2} = \frac{1}{2}\frac{1}{u_n}\left(u_n - \sqrt{2}\right)^2$ puis que

$\left|u_{n+1} - \sqrt{2}\right| \leqslant \frac{1}{2}\left|u_n - \sqrt{2}\right|$

c- Montrer par récurrence que $\forall n \in IN;\ \left|u_n - \sqrt{2}\right| \leqslant \left(\frac{1}{2}\right)^n\left(\sqrt{2} - 1\right)$

d- En déduire que la suite (u_n) est convergente et trouver sa limite.

Exercice 17 *D'après un devoir*

Soit la suite (u_n) définie sur IN par : $u_n = (-1)^n\sqrt{n} + 2$.

1/ Etudier la convergence de la suite (u_n).

2/ Soit la suite (v_n) définie sur IN par : $v_n = \frac{u_n - n}{2 + n}$.

a- Montrer que $\forall n \in IN;\ \frac{-\sqrt{n} - n + 2}{2 + n} \leqslant v_n \leqslant \frac{\sqrt{n} - n + 2}{2 + n}$

b- En déduire que la suite (v_n) est convergente et préciser sa limite.

3/ Soit la suite (w_n) définie sur IN par $w_n = \frac{\sin n - n}{2 + \sqrt{n}}$.

a- Montrer que $\forall n \in IN;\ w_n \leqslant -\sqrt{n} + 2$.

b- En déduire la limite de la suite (w_n).

Exercice 18 *D'après un devoir (légèrement modifié)*

Soit la suite (u_n) définie par : $u_n = \sum_{k=1}^{n}\frac{(-1)^k}{k} = -1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \ldots + \frac{(-1)^n}{n}$

1/a) Calculer u_1, u_2, u_3 et u_4.

b) Montrer que $u_{2n+2} - u_{2n} = \frac{1}{(2n+1)(2n+2)}$ et déduire que la suite (u_{2n}) est décroissante.

2/ Montrer que (u_{2n+1}) est croissante.

3/ Prouver que les suites (u_{2n}) et (u_{2n+1}) sont adjacentes.

4/ Montrer que (u_n) converge vers un réel L et que $u_3 \prec L \prec u_4$.