| L. B. Monastir | Série n : 27 | $4^{ème}$ Math |
|---|---|---|
| P.P. : Ali Zouhaïer | | Séance n : |
| Chapitres : Isométries +… | | |

## Exercice 1

**1**/ Montrer que si deux droites $\Delta$ et $\Delta'$ sont perpendiculaires alors $S_\Delta \circ S_{\Delta'} = S_{\Delta'} \circ S_\Delta$.

**2**/ ABCD est un rectangle , I est le milieu de $[AB]$ et $J$ est le milieu de $[DC]$. Prouver que $S_{(AB)} \circ t_{\overrightarrow{AB}} = t_{\overrightarrow{AB}} \circ S_{(AB)}$.

## Exercice 2 origine inconnu

$f$ étant une isométrie différente de l'identité laissant invariant un point A. r est une rotation qui transforme A en B; A≠B et telle que $r \circ f = f \circ r$.

**1**/ Montrer que $f(B) = B$. En déduire la nature de f.

**2**/ Soit $B' = r(B)$.

**a**- Chercher f(B'). En déduire que $B' \in (AB)$.

**b**- Chercher l'angle de r. En déduire son centre.

**3**/ Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de :

$g = f \circ r$ et $h = t_{\overrightarrow{AB}} \circ g$.

## Exercice 3 d'après un devoir

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ}\right)$.

On donne A(2) et $B\left(\frac{3}{2} + i\right)$. Soit f l'application du plan d'écriture complexe $z' = -i\,\overline{z} + 2i$.

**1**/ Déterminer les images des points O, A et B par f.

**2**/**a**) Montrer que f est une isométrie.

**b**) Déterminer l'ensemble des points invariants par f.

**c**) En déduire que f est une symétrie glissante.

**3**/ Soit T la translation de vecteur $\overrightarrow{IJ}$. Donner l'écriture complexe de la réciproque $T^{-1}$ de T.

**4**/ On pose $S = f \circ T^{-1}$.

**a**) Montrer que l'écriture complexe de S est $z' = -i\,\overline{z} + 1 + i$.

**b**) Montrer que I et J sont invariants par S. En déduire la nature de S.

**c**) Déterminer alors la forme réduite de f.

## Exercice 3

ABCD est un carré direct de centre O et I est le milieu de $[AB]$

**1**/ En décomposant convenablement déterminer la nature et les éléments caractéristiques de chacune des applications suivantes:

$f_1 = t_{\overrightarrow{CB}} \circ R_{\left(D, \frac{\pi}{2}\right)}$ $\quad f_2 = R_{\left(A, \frac{\pi}{2}\right)} \circ R_{\left(B, \frac{\pi}{2}\right)}$ $\quad f_3 = t_{\overrightarrow{AB}} \circ S_{(CB)}$

**2**/ Soit $f_4 = t_{\overrightarrow{AC}} \circ S_{(CB)}$.

**a**) Déterminer la droite $\Delta$ telle que $t_{\overrightarrow{AB}} = S_\Delta \circ S_{(CB)}$

**b**) Déduire que $f_4 = t_{\overrightarrow{BC}} \circ S_\Delta$ et préciser donc sa nature.

**Exercice n°3 : ( 5 points )**

Soit ABCD un rectangle tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et AB=2AD. On note I et J les milieux respectifs des segments [AB] et [ DC] et soit $K = S_{I}(I)$

1) On pose $f = S_{IC} \circ t_{\overrightarrow{AB}} \circ S_{IJ}$

a/ Identifier l'application $S_{BC} \circ S_{IJ}$

b/ En déduire que $f$ est une rotation que l'on caractérisera.

2) On pose $g = f \circ S_{IJ}$

a/ Déterminer $g(A)$ , $g(D)$ et $g(I)$

b/ Démontrer que s'il existe un point M invariant par g, alors les droites (DI) , (IJ) et (DC) sont concourantes .

c/ Montrer alors que g est symétrie glissante

3) Le plan est muni d'un repère orthonormé direct **(A, $\overrightarrow{AI}$ ,$\overrightarrow{AD}$ ).**

Soit l'application h : P → P ; M(z) → M'(z') tel que : z' = $i\bar{z} + 1 + i$ .

a/ Montrer que h est une isométrie.

b/ Déterminer les affixes des points C ; J et K

c/Déterminer h(A) ; h(D) et h(I) . En déduire que $h = g$

d/ Déterminer alors l'axe $\Delta$ de g et son vecteur $\vec{u}$

## *Exercice 5 d'après un devoir*

Dans le plan orienté on considère un rectangle direct ABD de centre O tel que : AB=2 AD . On pose I=A*B et J=C*D.

Soit f une isométrie sans point fixe et qui envoie A en C et I en J.

1)a) Montrer que f est une symétrie glissante

b) Montrer que f$(B) = D$

2) Soit E=f$(C)$

a) Montrer que: $\widehat{CDE} = \frac{\pi}{2}$.

b) En déduire que D=A*E.

3) Soit A' le symétrique A de par rapport à B. On pose : g=$t_{\overrightarrow{BD}} \circ S_{(BC)}$

a) Déterminer g$(B)$; g$(C)$ et g$(A)$.

b) En déduire que f=g

c) A l'aide d'une décomposition adéquate de $t_{\overrightarrow{BA}}$ en deux symétries orthogonales, déterminer les éléments caractéristiques de f.

4) Déterminer toutes les isométries qui laissent globalement invariant le triangle ABE.

## *Exercice 2 d'après un devoir*

Dans le plan orienté, on considère un rectangle direct ABCD tel que AB=2AD.

Soient I, J et K les points définis par : I=A*B, J=D* C et K=$S_{(DC)}(I)$.

On pose : f=$S_{(IC)} \circ t_{\overrightarrow{AB}} \circ S_{(IJ)}$ et g=$t_{\overrightarrow{IK}} \circ S_{(IC)}$.

1) Caractériser l'application $S_{(BC)} \circ S_{(IJ)}$ puis déduire que f est une rotation que l'on caractérisera.

2) Caractériser l'isométrie g$\circ S_{(AJ)}$ puis déduire que g est une symétrie glissante dont on précisera l'axe et le vecteur.

3) Soit K'=$S_C(B)$.

Déterminer $g \circ f^{-1}(K)$ et $g \circ f^{-1}(K')$ puis déduire la nature de $g \circ f^{-1}$.