

Soit  $f$  une fonction,  $D_f$  son domaine de définition et  $\mathcal{C}$  sa courbe représentative dans un repère orthogonal.  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . (Notation :  $\infty$  remplace  $+\infty$  ou  $-\infty$ )

### Points d'inflexion :

$f$  deux fois dérivable sur  $I$  et  $x_0 \in I$ .

Si  $f''(x)$  s'annule en  $x_0$  en changeant de signe alors  $A(x_0, f(x_0))$  est un point d'inflexion de  $\mathcal{C}$ .

### Parité :

- $f$  est paire  $\Leftrightarrow \forall x \in D_f$  on a  $\begin{cases} -x \in D_f \\ f(-x) = f(x) \end{cases}$
- $f$  est impaire  $\Leftrightarrow \forall x \in D_f$  on a  $\begin{cases} -x \in D_f \\ f(-x) = -f(x) \end{cases}$ 
  - ❖ Si  $f$  est paire ou impaire, le domaine d'étude est réduit à :  $D_f \cap ]0, +\infty[$ .
  - ❖ Si  $f$  est paire alors  $\mathcal{C}$  présente une symétrie par rapport à l'axe  $(O, \vec{j})$ .
  - ❖ Si  $f$  est impaire alors  $\mathcal{C}$  présente une symétrie par rapport à l'origine du repère.

### Périodicité :

- $f$  est périodique de période  $T \Leftrightarrow \forall x \in D_f$ , on a  $\begin{cases} x + T \in D_f \\ f(x + T) = f(x) \end{cases}$ 
  - ❖ Si  $f$  est de période  $T$ , le domaine d'étude est réduit à un intervalle d'amplitude  $T$  contenu dans  $D_f$ .

### Axe de symétrie :

$\Delta : x = a$  est un axe de symétrie pour  $\mathcal{C} \Leftrightarrow \forall x \in D_f$  on a  $\begin{cases} 2a - x \in D_f \\ f(2a - x) = f(x) \end{cases}$

### Centre de symétrie :

$A(a, b)$  est un centre de symétrie pour  $\mathcal{C} \Leftrightarrow \forall x \in D_f$  on a  $\begin{cases} 2a - x \in D_f \\ f(2a - x) = 2b - f(x) \end{cases}$



### Branches infinies :

- Si  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$  Alors  $\Delta : x = a$  est une asymptote verticale à  $\mathcal{C}$ .
- Si  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$  Alors  $\Delta : y = a$  est une asymptote horizontale à  $\mathcal{C}$ .
- Si  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$  Alors on calcule  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ 
  - ❖ Si  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ 

Alors  $\mathcal{C}$  admet une branche parabolique de direction celle de  $(O, \vec{i})$ .
  - ❖ Si  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \infty$ 

Alors  $\mathcal{C}$  admet une branche parabolique de direction celle de  $(O, \vec{j})$ .
  - ❖ Si  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = a$  Alors on calcule  $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - ax]$ , ( $a \neq 0$ )
    - ★ Si  $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - ax] = b$ 

Alors  $\Delta : y = ax + b$  est une asymptote oblique à  $\mathcal{C}$ .
    - ★ Si  $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - ax] = \infty$ 

Alors  $\mathcal{C}$  admet une branche parabolique de direction  $\Delta : y = ax$ .

### Remarque :

$\Delta : y = ax + b$  est une asymptote à  $\mathcal{C}$  au voisinage de  $\infty \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$

