

EXERCICE N°1 : (3 points)

Q.C.M. Trouver la seule bonne réponse.

1) Soit la suite (U_n) définie sur \mathbb{N} par : $U_n = (-\frac{3}{4})$

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = -\infty$

b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$

c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty$

2) la forme algébrique de $(2 - 3i)^2$ est :

a) $5 - 12i$

b) $-5 + 12i$

c) $-5 - 12i$

3) L'image de l'intervalle $[-1, 4]$ par la fonction $x \rightarrow x^2$ est

a) $[0, 4]$

b) $[-1, 4]$

c) $[1, 4]$

EXERCICE N°2 : (7 points)

Soit (U_n) la suite réelle définie sur \mathbb{N} par :
$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{4U_n + 3}{U_n + 2} \end{cases} \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

1) a – Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$; on a $-1 < U_n < 3$.

b – Montrer que la suite (U_n) est croissante.

c – En déduire que la suite (U_n) est convergente et calculer sa limite .

2) Soit V la suite réelle définie sur \mathbb{N} par : $V_n = \frac{U_n - 3}{U_n + 1}$

a – Montrer que V est une suite géométrique dont on déterminera la raison.

b – Calculer V_n puis U_n en fonction de n .

3) a – Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$; on a : $U_n \geq 1$

b – Vérifier que $3 - U_{n+1} = \frac{1}{U_n + 2} (3 - U_n)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

c – En déduire que $3 - U_{n+1} \leq \frac{1}{3} (3 - U_n)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

d – Montrer que $3 - U_n \leq \frac{1}{3^n} (3 - U_0)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

e – Retrouver alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

Exercice n°3 : (5 points)

Soit la fonction f définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{\cos \pi x}{1-x} & \text{si } x \in]-\infty, 0[\\ f(x) = x^3 - 12x + 1 & \text{si } x \in [0, 2[\\ f(x) = 1 + x - \sqrt{x^2 - 4} & \text{si } x \in [2, +\infty[\end{cases}$$

1) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2) a – Montrer que pour tout $x < 0$, on a : $\frac{1}{x-1} \leq f(x) \leq \frac{1}{1-x}$.

b – Déduire $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

3) a – Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution $\alpha \in]0, 1[$.

b – déterminer une valeur approchée de α à 10^{-1} près.

Tournez la page s.v.p

EXERCICE N°4 : (5 points)

- 1) Dans le plan complexe, rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) , on donne les points A, B et C d'affixes respectives $\sqrt{3} + i$, $-\sqrt{3} + i$ et $2i$.
Montrer que le quadrilatère OACB est un losange.
- 2) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation (E) : $z^2 - 2iz - 4 = 0$.
- 3) Soit $p(x) = z^3 - 4iz^2 - 8z + 8i$
- Vérifier que $p(2i) = 0$.
 - Déterminer les nombres complexes a , b et c tels que $p(z) = (z - 2i)(az^2 + bz + c)$
 - Résoudre alors l'équation $p(z) = 0$