

L.S.B.Amri	Devoir de Contrôle N°1	Sai.Fethi
4 SC-IN	Mathématiques 2 ^H	29/10/2008

Exercice 1: (4points)

Soit les suites (u_n) et (v_n) définies sur \mathbb{N} par : $u_n = \frac{n+1}{2^n}$ et $v_n = \frac{1}{2^{n+1}}$.

- 1) Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$.
- 2)
 - a) Montrer que la suite (u_n) est minorée.
 - b) Montrer que la suite (u_n) est décroissante.
 - c) En déduire que la suite (u_n) est convergente.
- 3)
 - a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + v_n$.
 - b) En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

Exercice 2: (4points)

On considère la suite (u_n) , définie sur \mathbb{N} et tel que : $\forall n \in \mathbb{N} : u_n > 0$.

Soit la suite (v_n) définie sur \mathbb{N} par : $v_n = \frac{-2}{u_n}$.

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

On justifiera les propositions vraies en faisant une démonstration.

On donnera un contre-exemple aux propositions fausses.

1. Si (u_n) est convergente, alors (v_n) est convergente.
2. Si (u_n) est minorée par 2, alors (v_n) est minorée par -1.
3. Si (u_n) est décroissante, alors (v_n) est croissante.
4. Si (u_n) est divergente, alors (v_n) converge vers zéro.

Exercice 3 : (5points)

- 1) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation (E) : $z^2 - 6z + 13 = 0$
- 2) Soit dans \mathbb{C} l'équation (E') : $(1+i)z^2 + (7-2i)z + 8 - 12i = 0$.
 - a) Vérifier que $4i$ est une solution de l'équation (E').
 - b) Trouver la seconde solution de l'équation (E').
- 3) Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \overline{u}, \overline{v})$.
 - a) Placer les points A, B et C d'affixes respectives $3-2i$, $3+2i$ et $4i$.
 - b) Montrer que le quadrilatère OABC est un parallélogramme.
- 4) Déterminer z_I l'affixe du point I centre du parallélogramme OABC.
- 5) Déterminer et construire l'ensemble (D) = $\left\{ M(z) / \left| \overline{z} - 3 - 2i \right| = \left| z - 4i \right| \right\}$.

Exercice 4: (4points)

On donne : $287025 = 635 \times 452 + 5$.

Déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de :

- 287025 par 635.
- -287025 par 635.
- 287025 par 452.
- -287025 par 452.

Exercice 5: (3 points)

- 1) Montrer que pour tout entier naturel n : $3^{2n} - 1$ est divisible par 8.
- 2) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n :
 $4n^3 - n$ est divisible par 3.
- 3) Montrer que : $13^{23} \times 27^{41} \equiv 7[8]$.

Bon Travail