

L.S.B.Amri	Devoir de Contrôle N°1	Sai.Fethi
4 SC-IN	Mathématiques 2 <sup>H</sup>	29/10/2008

### Exercice 1 : (4points)

Soit les suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  définies sur  $\mathbb{N}$  par :  $u_n = \frac{n+1}{2^n}$  et  $v_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ .

- 1) Déterminer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$ .
- 2)
  - a) Montrer que la suite  $(u_n)$  est minorée.
  - b) Montrer que la suite  $(u_n)$  est décroissante.
  - c) En déduire que la suite  $(u_n)$  est convergente.
- 3)
  - a) Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + v_n$ .
  - b) En déduire  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

### Exercice 2 : (4points)

On considère la suite  $(u_n)$ , définie sur  $\mathbb{N}$  et tel que :  $\forall n \in \mathbb{N} : u_n > 0$ .

Soit la suite  $(v_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $v_n = \frac{-2}{u_n}$ .

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

On justifiera les propositions vraies en faisant une démonstration.

On donnera un contre-exemple aux propositions fausses.

1. Si  $(u_n)$  est convergente, alors  $(v_n)$  est convergente.
2. Si  $(u_n)$  est minorée par 2, alors  $(v_n)$  est minorée par -1.
3. Si  $(u_n)$  est décroissante, alors  $(v_n)$  est croissante.
4. Si  $(u_n)$  est divergente, alors  $(v_n)$  converge vers zéro.

### Exercice 3 : (5points)

- 1) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation (E) :  $z^2 - 6z + 13 = 0$
- 2) Soit dans  $\mathbb{C}$  l'équation (E') :  $(1+i)z^2 + (7-2i)z + 8 - 12i = 0$ .
  - a) Vérifier que  $4i$  est une solution de l'équation (E').
  - b) Trouver la seconde solution de l'équation (E').
- 3) Le plan est rapporté à un repère orthonormé  $(O, \overline{u}, \overline{v})$ .
  - a) Placer les points A, B et C d'affixes respectives  $3-2i$ ,  $3+2i$  et  $4i$ .
  - b) Montrer que le quadrilatère OABC est un parallélogramme.
- 4) Déterminer  $z_I$  l'affixe du point I centre du parallélogramme OABC.
- 5) Déterminer et construire l'ensemble (D) =  $\left\{ M(z) / \left| \overline{z} - 3 - 2i \right| = \left| z - 4i \right| \right\}$ .

### Exercice 4 : (4points)

On donne :  $287025 = 635 \times 452 + 5$ .

Déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de :

- 287025 par 635.
- -287025 par 635.
- 287025 par 452.
- -287025 par 452.

### **Exercice 5: (3 points)**

- 1) Montrer que pour tout entier naturel  $n$  :  $3^{2n} - 1$  est divisible par 8.
- 2) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel  $n$  :  
 $4n^3 - n$  est divisible par 3.
- 3) Montrer que :  $13^{23} \times 27^{41} \equiv 7[8]$ .

**Bon Travail**