Lycée Rue Taib El Mhiri	Devoir De Controle n°1 En Mathématiques	Classe 4 s – Inf3 Durée 2 H
Pr. : S - CHENIOUR		Le 10/11/09

Exercice n°1 : 5 points

1) Résoudre dans C l'équation (E) : $z^2 - \sqrt{2}(1+i)z - 1 + i = 0$.

2) Soit α un réel de l'intervalle $]0,\pi[$.

Résoudre dans C l'équation (E_α) : $z^2 - 2e^{i\alpha} z + e^{2i\alpha} - 1 = 0$.

3) Le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$

On considère les points A et B d'affixes respectives $z_A = 1 + e^{i\alpha}$ et $z_B = -1 + e^{i\alpha}$

a) Vérifier que $z_A = 2\cos(\frac{\alpha}{2})e^{i\frac{\alpha}{2}}$ et $z_B = 2i\sin(\frac{\alpha}{2})e^{i\frac{\alpha}{2}}$

b) Déduire que le triangle OAB est un triangle rectangle en O.

c) Déterminer la valeur de α tel que : OAB soit isocèle en O.

Exercice n°2 : 6 points

On considère dans l'ensemble nombres complexes l'équation

(E) : $z^3 - 2(1 + i)z^2 + (2 + 4i)z - 4i = 0$.

1) a- Vérifier que 2i est une racine de (E).

b- résoudre alors l'équation (E).

2) Dans le plan complexe P rapporté à un repère orthonormé direct $(o,\vec{u},\vec{v})$, on considère A et B les points d'affixes respectives $z_A = 1 + i$ et $z_B = 2i$.

A tout complexe z différent de z_A on associe le complexe $z' = \frac{z-2i}{z-1-i}$

Soit (E) l'ensemble des points M d'affixe z tels que z' soit imaginaire pur.

a- Montrer que $B \in (E)$.

b- Déterminer l'ensemble (E).

c- Montrer que $|z'| = \frac{BM}{AM}$ et déterminer l'ensemble (F) des points M d'affixe z tels que $|z'| = 1$.

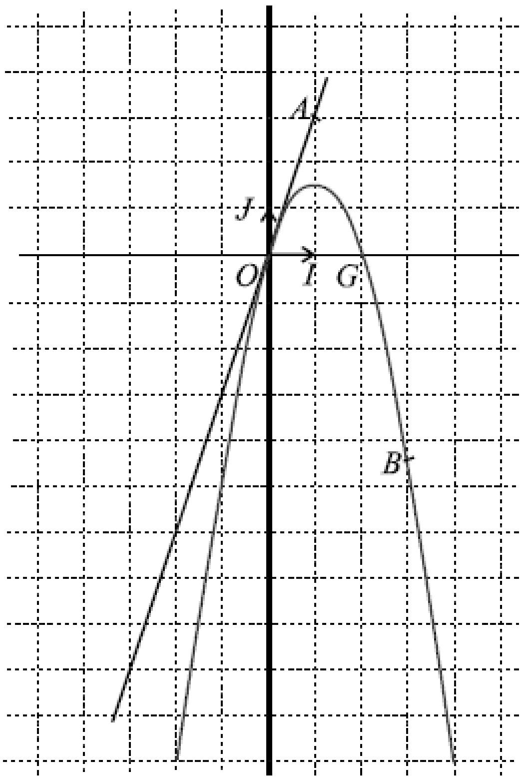
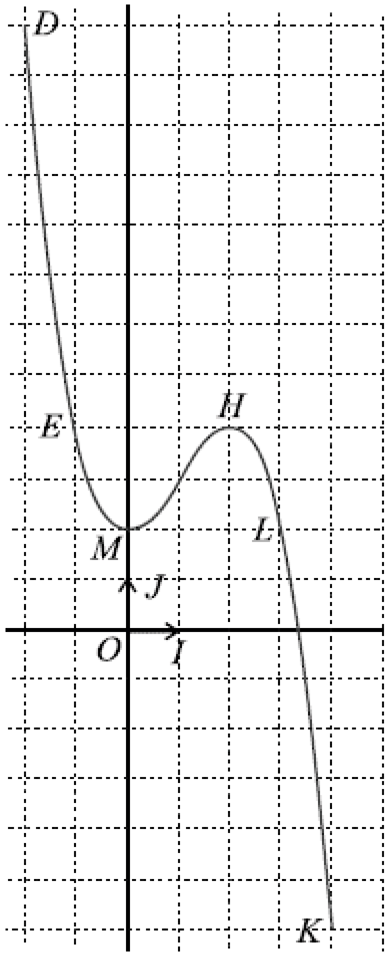
3) Soit n un entier naturel. On considère les points A_n d'affixe $(1 + i)^n$.

a- Donner la forme exponentielle de $(1 + i)^n$.

b- Pour quelles valeurs de n, les points A_n sont situés sur l'axe des réels?

Exercice n°3 : 4 points

Soient f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle [-2 ; 4] et g la fonction définie et dérivable sur l'intervalle [-2 ; 4] et tel que g ' = f. Le plan est muni d'un repère orthonormé.

La courbe (C) ci-dessous est la courbe représentative de la fonction f.	La courbe (Γ) ci-dessous est la courbe Représentative de la fonction g.
	
On précise que B (3 ; -4,5) et G (2 ; 0) sont des points de la courbe (C) et que la droite (OA) est tangente en O à la courbe (C) où A (1 ; 3).	On précise que les points D (-2 ; 12) ; E (-1 ; 4) ; M (0 ; 2) ; H (2 ; 4) ; K (4 ; -6) ; L (3 ; 2) sont des points de la courbe (Γ).

1) Répondre par vrai ou faux sans justification chacune des affirmations suivantes :

a- f ' (0) = -3.

b- g ' (2) = 0.

c- La fonction f est négative ou nulle sur l'intervalle [1; 4].

d- La fonction f est positive ou nulle sur l'intervalle [0; 2].

e- Le coefficient directeur de la tangente en L à la courbe (Γ) est -4.

f- Le point de coordonnées (1, 3) est un point d'inflexion à la courbe (Γ).

2) Dresser le tableau de variation de la fonction g sur l'intervalle [-2 ; 4].

3) Donner une équation de la tangente à la courbe (Γ) en son point L.

Exercice n°4 : 5 points

On considère une fonction définie, continue et dérivable sur $IR-\{2\}$ et dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$		0		2		3		$+\infty$
$f(x)$	4	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty \;\|\|\; +\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$	-2

On note C la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

1) a) Intérpréter, graphiquement, chaque limite de f.

b) Montrer que l'équation $f(x) = \frac{1}{2}$ admet dans $IR-\{2\}$ une solution unique.

c) Tracer une allure possible de C.

d) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(\frac{1}{x}\right)$

2) Soit g la fonction définie sur IR - $\{3\}$ par $\begin{cases} g(x) = \dfrac{1}{f(x)} & \text{si } x \neq 2 \\ g(2) = 0 \end{cases}$

a) Montrer que g est continue en 2.

b) Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$, $\lim\limits_{x\to3^-} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to3^+} g(x)$

c) Dresser le tableau de variation de g.