

Exercice 1

I) 1. Calculer PGCD (63 ; 56)

2. Dans cette question x et y sont deux entiers relatifs et soit l'équation (E) : $63x + 56y = 70$.

a. L'équation (E) admet-elle des solutions dans \mathbb{Z}^2 ? Justifier votre réponse.

b. Vérifier que (10; -10) est une solution particulière de l'équation (E).

c. Dédurre de ce qui précède les solutions de (E) dans \mathbb{Z}^2 .

II) Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère la droite D d'équation :

$63x + 56y - 70 = 0$ et un point $M(x, y)$ où x et y désignent deux entiers relatifs.

1. Montrer que : M appartient à la droite D si et seulement si le couple (x, y) est une solution de (E).

2. Déterminer les coordonnées des points M de la droite D dont son abscisse entière x vérifie :

$$-6 \leq x \leq 6$$

Exercice 2

Soit la suite U définie sur \mathbb{N} par
$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{4U_n - 3}{U_n} \end{cases}, n \in \mathbb{N}$$

1. Calculer U_1 , U_2 et U_3 .

2. Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n on a : $2 \leq U_n \leq 3$.

3. Montrer que la suite U est croissante.

4. En déduire que la suite U est convergente.

5. a) Montrer que pour tout entier naturel n on a : $|U_{n+1} - 3| \leq \frac{1}{2}|U_n - 3|$

b) En déduire que tout entier naturel n on a : $|U_n - 3| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$.

c) Calculer alors : $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.