Lycée secondaire : 18 / 01 / 52 Djebeniana : 29 / 10 / 2010	DEVOIR DE CONTRÔLE N°1 (MATHÉMATIQUES)	Profs: ABID HASSEN Classes:$4^{ème}$ année Sc info 1& 2 Durée : 2 heures

Exercice n°1 : (3 points)

Trouver la seule bonne réponse. (aucune justification n'est demandée)

1) Si $U_n = \dfrac{3-6n}{1+2n}$ alors la suite (U_n) :

a) converge vers 0 b) converge vers –3 c) diverge

2) La forme algébrique de $(1-2i)^2$ est :

a) $5-2i$ b) $-3+4i$ c) $-3-4i$

3) Soit x un réel. Le nombre complexe z défini par : $z = \dfrac{x+2i}{x-2i}$ a pour module :

a) 1 b) $\dfrac{x+2}{x-2}$ c) $\sqrt{\dfrac{x^2+2}{x^2-2}}$

Exercice n°2 : (6.5 points)

On considère la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0 = \dfrac{3}{2} \\ U_{n+1} = \dfrac{4U_n - 2}{U_n + 1} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1) a – Calculer U_1 et U_2 .
   b – En déduire que la suite U n'est ni arithmétique ni géométrique
2) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$; $1 < U_n < 2$.
3) a – Etudier la monotonie de la suite (U_n).
   b – En déduire que la suite (U_n) est convergente et calculer sa limite.
4) Soit V la suite réelle définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \dfrac{U_n - 2}{U_n - 1}$

   a – Montrer que V est une suite géométrique de raison $\dfrac{2}{3}$.

   b – Exprimer V_n puis U_n en fonction de n .
   c – Retrouver alors la limite de la suite (U_n) quand n tend vers $+\infty$.

Exercice n°3 : (3.5 points)

Soit la fonction f définie par :$f(x) = \begin{cases} x + 1 + \sqrt{x^2+2} & \text{si } x < 0 \\ \dfrac{x - \sin(\frac{\pi}{3}x)}{x+1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

1) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement ce résultat.

2) a – Montrer que pour tout $x \geq 0$, on a : $\dfrac{x-1}{x+1} \leq f(x) \leq 1$.

   b – Déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

Exercice n°4 : (7 points)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct (O, u, v), on désigne par A, B,C et I les points d'affixes respectives 2i , – 4i , 3 – i et – i.

1) a – Placer les points A,B et C .
   b – Montrer ABC est un triangle isocèle et rectangle.
   c – Déterminer l'affixe du point D pour que ACBD soit un carré.

2) A tout point M du plan distinct de B et d'affixe z ,on associe le point M' d'affixe u défini par $u = \dfrac{z-2i}{iz-4}$
   a – Calculer u sachant que z = 2 – 3i.
   b – Calculer z sachant que u = 2 – 3i.

3) a – Vérifier que pour tout $z \neq -4i$; $u = \dfrac{i(z-2i)}{-z-4i}$.
   b – Déterminer l'ensemble des points M tel que $|u| = 1$.

4) a – Montrer que $|u + i| \times |z + 4i| = 6$.
   b – En déduire que si M appartient a un cercle ζ de centre B et de rayon 2 alors M' appartient à un cercle ζ' qu'on déterminera le centre et le rayon .