

L-S- ibn khaldoun ousseltia Prof : Arfaoui khaled Date :19/11/2010	Devoir de contrôle n° 1 Mathématiques	Classe : 4 inf Durée : 2h
--	--	------------------------------

Exercice n°1(6pts)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = 1 + \sqrt{4-x^2}$ et C sa courbe représentative dans
Un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

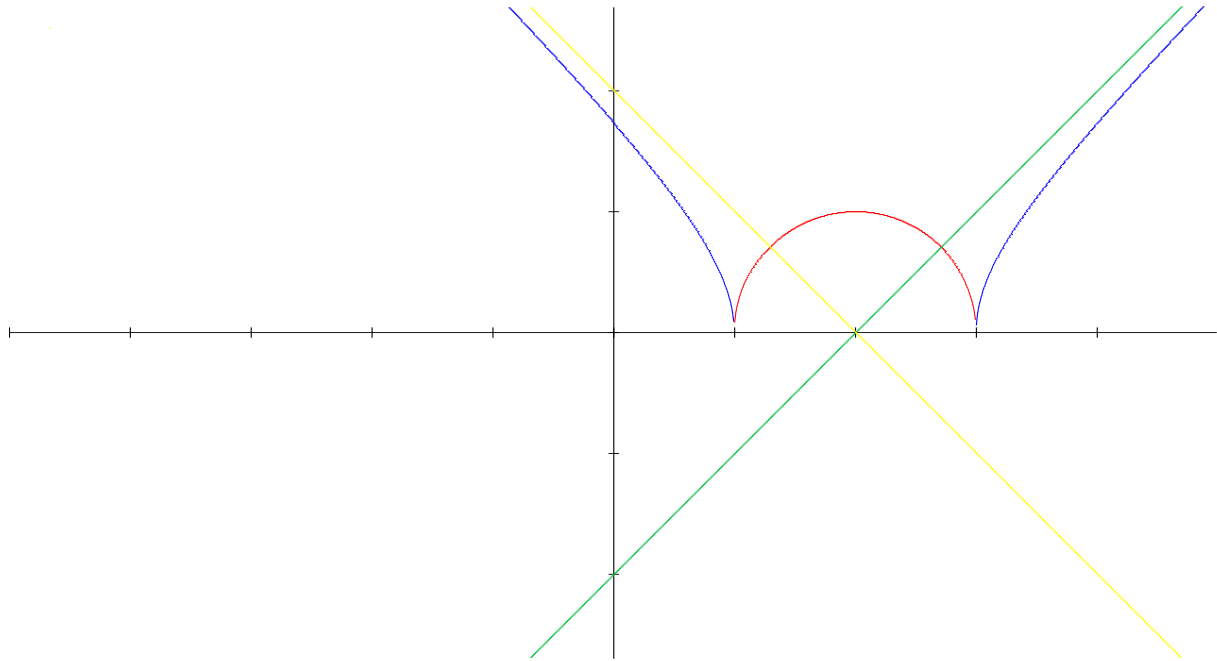
- 1/ Déterminer le domaine de définition de f
- 2/ Etudier la parité de f et en déduire un axe de symétrie pour la courbe C
- 3/ Etudier la dérivabilité de f à gauche en 2 et interpréter géométriquement ce résultat
- 4/ Etudier les variations de f et tracer C
- 5/ Soit g la restriction de f sur $[0, 2[$
 - a—Montrer que g réalise une bijection de $[0, 2[$ sur un intervalle J que l'on déterminera
 - b—Tracer dans le même repère la courbe C' de la fonction réciproque g^{-1} de g
 - c—Expliciter $g^{-1}(x)$ pour tout x de J

Exercice n°2(7pts)

- 1/ a) Ecrire sous forme algébrique $(1 - 3i)^2$
b) Résoudre dans \mathbb{C} , l'équation $z^2 - (5 - i)z + 8 - i = 0$
- 2/ On considère dans \mathbb{C} la fonction f définie par $f(z) = z^3 - (4 - i)z^2 + 3z + 8 - i$
 - a—Montrer que l'équation $f(z) = 0$ admet une solution réelle α que l'on déterminera
 - b—Vérifier que $f(z) = (z - \alpha)(z^2 - (5 - i)z + 8 - i)$
 - c—En déduire les solutions de l'équation $f(z) = 0$
- 3/ Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on considère les points A , B et C d'affixes respectives $z_A = -1$, $z_B = 2 + i$ et $z_C = 3 - 2i$
 - a—Représenter les points A , B et C
 - b—Calculer les distances AB , AC et BC puis en déduire la nature du triangle ABC
 - c—Déterminer l'affixe du point D pour que le quadrilatère $ABCD$ soit un carré

Exercice n°3(4pts) **feuille à rendre**

La courbe ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction définie sur \mathbb{R}



1/ Compléter

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots ; \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \dots ; \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots$$

$$f(2) = \dots ; f'(2) = \dots ; \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \dots$$

$$f(1) = \dots \text{ et } f(3) = \dots$$

2/ Dresser le tableau de variation de f

3/ dans la suite on pose $f(x) = \sqrt{|x^2 + bx + c|}$

a/ en utilisant ce qui précède , montrer que c et b vérifie le système suivant

$$\begin{cases} 3b + c + 9 = 0 \\ b + c + 1 = 0 \end{cases}$$

b/ En déduire l'expression de f

Exercice n°4(3pts)

Cocher la réponse juste

1/ $1-3i$ est une racine carrée de

- a) $8-6i$; b) $-8-6i$; c) $10-6i$

2/ les solutions de l'équation $z^2 - 2z + 2 = 0$ sont

- a) $1+i$ et $1-i$; b) $1-2i$ et $1+i$; c) $1-2i$ et $1+2i$

3/ l'ensemble des points $M(z)$ vérifiant $\frac{z-1}{z-i} \in i\mathbb{R}$ est :

- a) la médiatrice de $[A,B]$ ou $A(1)$ et $B(i)$
b) le cercle de diamètre $[AB]$ ou $A(1)$ et $B(i)$

4/ la limite de la fonction $f(x) = \sqrt{x^2 + 3} - x$ en $+\infty$ est :

- a) 3 ; b) 0 ; c) $+\infty$