

<b>Mathématiques</b>			<b>Devoir de contrôle N°1</b>
<b>Lycée Ali Bourguiba Bembla</b>			
4 <sup>ème</sup> Inf <sub>2</sub> Date : le 22/11/2010	Durée : 2 heures Coefficient : 3	<b>Prof : Chortani Atef</b>	

### Exercice 1 (4 points)

Voir annexe page 3

### Exercice 2 (5 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$

1) Calculer  $(2 + i)^2$

2) Résoudre dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  des nombre complexes l'équation (E) :  $z^2 - 2(1 + 2i)z - 6 = 0$

2) Dans Le plan complexe muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  on considère les points A et B d'affixes respectives  $z_A = -1 + i$  et  $z_B = 3 + 3i$ .

a) Calculer les distances OA, OB et AB.

b) Montrer que le triangle OAB est rectangle.

c) Déterminer l'affixe du point C tel que OACB est un rectangle.

### Exercice 3 (4 points)

1) Soit les matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 3 \\ -1 & -2 & 3 \\ 14 & 1 & -6 \end{pmatrix}$

a) Calculer le déterminant de A en déduire que A est inversible.

b) Calculer  $B.A$  et déduire la matrice inverse  $A^{-1}$  de A.

2) On considère la fonction numérique F définie sur  $\mathbb{R}$  par  $F(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 1$ , où  $a, b$  et  $c$  sont des constantes réelles. On suppose que  $F(1) = 8$ ,  $F(-2) = -7$  et  $F'(1) = 14$ .

a) Montrer que  $a, b$  et  $c$ , Si elles existent, Sont solutions du système (S): 
$$\begin{cases} a + b + c = 7 \\ 4a - 2b + c = 4 \\ 3a + 2b + c = 14 \end{cases}$$

b) Donner une écriture matricielle de (S).

c) En déduire l'expression de  $F(x)$ .

### Exercice 4 (7 points)

Soit la fonction  $f$  définie sur  $I = ]-\infty, 0[$  par  $f(x) = x + \sqrt{1 - \frac{1}{x}}$

On désigne par  $C$  sa courbe représentative dans le plan munie d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1)a) Justifier que  $f$  est dérivable sur  $I$ .

b) Calculer  $f'(x)$  pour tout  $x$  appartient à  $I$ .

2)a) Déterminer  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ , interpréter graphiquement ce résultat

b) Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

3)a) Dresser le tableau de variation de  $f$  sur  $I$ .

b) Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet dans  $I$  une unique solution  $\alpha$

c) vérifier que  $-1,4 < \alpha < -1,3$

d) En déduire le signe de  $f$

e) Montrer que  $\alpha = \alpha^3 + 1$

4)a) Montrer que  $f$  admet une fonction  $f^{-1}$  réciproque définie sur un intervalle  $J$  que l'on précisera.

b) Déterminer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - (x + 1))$ . interpréter graphiquement ce résultat

Nom.....Prénom.....

I) Cocher la réponse exacte (aucune justification n'est demandée)

1) Soit  $x$  un réel. le nombre complexes  $Z$  définie par  $Z = \frac{x - i}{x + i}$  a pour module :

- a) 1                      b)  $\frac{x - 1}{x + 1}$                       c)  $\sqrt{\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}}$

2) Les nombre complexes  $z_1$  et  $z_2$  tels que  $z_1 + z_2 = 2i$  et  $z_1 z_2 = 1 - i$  sont les solutions de l'équation :

a)  $z^2 + (1 - i)z - 2i = 0$       b)  $z^2 - iz + 1 - i = 0$       : c)  $z^2 - 2iz + 1 - i = 0$ .

II) Répondre par vrai ou faux (aucune justification n'est demandée)

Soit  $f$  une fonction deux fois dérivable sur  $\mathbb{R}$  dont la courbe de sa fonction dérivée  $f'$  est la suivante alors

- a)  $\varphi_f$  admet exactement deux points d'inflexion  
b)  $-x \leq f(x) \leq x + 2$  pour tout  $x \in [-1; 0]$   
c)  $f$  strictement croissante sur  $]-\infty; -1]$   
d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

