

<i>Mathématiques</i>			<i>Devoir de contrôle N°1</i>
<i>Lycée Ali Bourguiba Bembla</i>			
4 ^{ème} Inf ₂ Date : le 22/11/2010	Durée : 2 heures Coefficient : 3	<i>Prof : Chortani Atef</i>	

Exercice 1 (4 points)

Voir annexe page 3

Exercice 2 (5 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v})

1) Calculer $(2 + i)^2$

2) Résoudre dans l'ensemble \mathbb{C} des nombre complexes l'équation (E) : $z^2 - 2(1 + 2i)z - 6 = 0$

2) Dans Le plan complexe muni d'un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) on considère les points A et B d'affixes respectives $z_A = -1 + i$ et $z_B = 3 + 3i$.

a) Calculer les distances OA, OB et AB.

b) Montrer que le triangle OAB est rectangle.

c) Déterminer l'affixe du point C tel que OACB est un rectangle.

Exercice 3 (4 points)

1) Soit les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 3 \\ -1 & -2 & 3 \\ 14 & 1 & -6 \end{pmatrix}$

a) Calculer le déterminant de A en déduire que A est inversible.

b) Calculer $B.A$ et déduire la matrice inverse A^{-1} de A.

2) On considère la fonction numérique F définie sur \mathbb{R} par $F(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 1$, où a, b et c sont des constantes réelles. On suppose que $F(1) = 8$, $F(-2) = -7$ et $F'(1) = 14$.

a) Montrer que a, b et c , Si elles existent, Sont solutions du système (S):
$$\begin{cases} a + b + c = 7 \\ 4a - 2b + c = 4 \\ 3a + 2b + c = 14 \end{cases}$$

b) Donner une écriture matricielle de (S).

c) En déduire l'expression de F(x).

Exercice 4 (7 points)

Soit la fonction f définie sur $I =]-\infty, 0[$ par $f(x) = x + \sqrt{1 - \frac{1}{x}}$

On désigne par C sa courbe représentative dans le plan munie d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

1)a) Justifier que f est dérivable sur I .

b) Calculer $f'(x)$ pour tout x appartient à I .

2)a) Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$, interpréter graphiquement ce résultat

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

3)a) Dresser le tableau de variation de f sur I .

b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans I une unique solution α

c) vérifier que $-1,4 < \alpha < -1,3$

d) En déduire le signe de f

e) Montrer que $\alpha = \alpha^3 + 1$

4)a) Montrer que f admet une fonction f^{-1} réciproque définie sur un intervalle J que l'on précisera.

b) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - (x + 1))$. interpréter graphiquement ce résultat

Nom.....Prénom.....

I) Cocher la réponse exacte (aucune justification n'est demandée)

1) Soit x un réel. le nombre complexes Z définie par $Z = \frac{x-i}{x+i}$ a pour module :

- a) 1 b) $\frac{x-1}{x+1}$ c) $\sqrt{\frac{x^2-1}{x^2+1}}$

2) Les nombre complexes z_1 et z_2 tels que $z_1 + z_2 = 2i$ et $z_1 z_2 = 1 - i$ sont les solutions de l'équation :

a) $z^2 + (1-i)z - 2i = 0$ b) $z^2 - iz + 1 - i = 0$: c) $z^2 - 2iz + 1 - i = 0$.

II) Répondre par vrai ou faux (aucune justification n'est demandée)

Soit f une fonction deux fois dérivable sur \mathbb{R} dont la courbe de sa fonction dérivée f' est la suivante alors

a) φ_f admet exactement deux points d'inflexion

b) $-x \leq f(x) \leq x+2$ pour tout $x \in [-1; 0]$

c) f strictement croissante sur $]-\infty; -1]$

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

