Lycée 7 novembre Gaafour	**Mathématique** **Devoir de contrôle N°1**	**Classe : 4^{eme} sc. inf.**
Date : 01-11-2011	**Durée : 2h**	**Prof: Ferchichi Adel**

EXERCICE N°1 : (4 PTS)

Pour chacune des questions suivantes une seule des réponses proposées est exacte. Indiquer le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie (aucune justification n'est demandée)

Une réponse correcte vaut 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point.

1°) Le conjugué du nombre complexe Z' = 1- iz est égale à :

a) 1+ i z b) $1+ i\overline{z}$ c) $1-i\overline{z}$

2°) Si x est un réel et Z = $\frac{1+ix}{-1+ix}$ alors le module de Z est égale à :

a) $\sqrt{\frac{1+x^2}{x^2-1}}$ b) $\frac{x+1}{x-1}$ c) 1

3°) La suite $X_n = -3 + \left(\sqrt{2}\right)^n$ est :

a) Convergente vers -3 b) Divergente c) convergente vers 0

4°) La partie réelle de $(1+i)^{2011}$ est égale à :

a) -2^{1005} b) 2^{1005} c) 1

EXERCICE N°2 : (6 PTS)

Soit la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{2+u_n} & \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$.

1) a)Calculer u_1 et u_2
   b) Montrer que la suite (u_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.
2) a)Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N} : u_n \succ 0$
   b) Montrer que la suite (u_n) est décroissante.
   c) En déduire que la suite (u_n) est convergente et calculer sa limite.
3) Soit la suite (v_n) définie par : $v_n = \dfrac{u_n}{1+u_n} \quad \forall n \in \mathbb{N}$.
   a) Calculer v_0 et montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique.
   b) Déterminer la limite la suite (v_n).
   c) Montrer que : $u_n = \dfrac{1}{2^{n+1}-1} \quad \forall \in \mathbb{N}$.
   d) Retrouver la limite de la suite (u_n).

Exercice n° 3 : (6 pts)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O,\overrightarrow{u},\overrightarrow{v})$ on désigne par A, B, Cet I les points d'affixes respectives :

$z_A = -2i$, $z_B = 1+i$, $z_C = 4+2i$ et $z_I = 2$.

1°) a/ Placer sur une figure les points A, B, C, et I .

b/ Montrer que le point I est le milieu du segment$[AC]$.

2°) Montrer que le triangle ABC est isocèle en B.

3°) Soit D le symétrique de B par rapport à I.

a/ Déterminer l'affixe du point D.

b/ Montrer que le quadrilatère ABCD est un losange.

Exercice n° 4 : (2 pts)

1°) Déterminer l'ensemble des points M d'affixes z tel que :

$|\overline{z} - 1 + 2i| = 3$

2°) Déterminer l'ensemble des points M d'affixes z tel que :

$\left|\frac{z-2+i}{4i-z}\right| = 1$.

Exercice n° 5 : (2 pts)

1°) Déterminer l'entier relatif n pour que $\frac{n+16}{n+4}$ soit un entier.

2°) Sachant que : 312 = 62×5 + 2 déterminer le reste de la division euclidienne de -312 par 5.

Bon travail