Lycée Takelsa **Prof :Mourad.Ziadi**	**Devoir de Contrôle N :1** **Classe :4ème Info**
Epreuve :Mathématiques	**Date :11/11/2014 * Durée :2h**

Exercice N :1(03pts)

1) Soit z un nombre complexe de module 2.Alors le conjugué de z est égale à :

a) $\frac{1}{2z}$; b) $\frac{2}{z}$; c) $\frac{4}{z}$.

2) Soit dans $\mathbb{C}$,l'équation (E) : $z^2 + 2z + 3 = 0$, alors les solutions de (E) sont :

a) opposées ; b) conjuguées ; c) inverses .

3) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x - \cos(3x)$ alors la limite de f en $-\infty$ est égale à :

a) $-\infty$; b) 0 ; c) $+\infty$

Exercice N :2 (06pts)

1) Calculer $(2 + i)^2$.

2) Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombre complexes l'équation (E) :$z^2 - (4 + i)z + 3 + i = 0$

3) Soit $P(z) = z^3 - (4 + 3i)z^2 + (1 + 9i)z + 2 - 6i$

a)Vérifier que $2i$ est une solution de P

b) Vérifier que $P(z) = (z - 2i)(z^2 - (4 + i)z + 3 + i)$.

c)Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$.

4) Dans Le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ on considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = 2i$ et $z_B = 1$ *et* $z_C = 3 + i$.

a) Montrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle.

b) Déterminer l'affixe du point D tel que ABDC est un carré.

5) Déterminer l'ensemble des points M(z) du plan tel que : $|z - 2i| = |\bar{z} - 3 + i|$.

6) Pour tout point M du plan d'affixe $z \neq 1$ on associe le point M' d'affixe z' tel que : $z' = \frac{z-2i}{z-1}$.

a) Montrer que OM'= $\frac{AM}{BM}$.

b) En déduire que lorsque M décrit la médiatrice de [AB] ; le point M' décrit un cercle que l'on déterminera.

Exercice N :3 (06pts)

On définit sur l'intervalle $[1,+\infty[$ la fonction f par : $f(x) = \sqrt{1-\frac{1}{x}}$ dont la courbe est $(\mathbf{C}_1)$ représentée dans la feuille annexe à rendre.

1) a) Justifier que f est continue sur $[1,+\infty[$

b) Montrer que f est strictement croissante sur $[1,+\infty[$.

c) En déduire que f réalise une bijection de $[1,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on déterminera.

On notera f^{-1} sa fonction réciproque.

d) Déterminer $f^{-1}(\frac{1}{2})$.

2) a) Montrer que : $\forall\, x \in J$; $f^{-1}(x) = \frac{1}{1-x^2}$

b) Tracer soigneusement la courbe (C_2) de f^{-1} dans le même repère.

Exercice N :4(05pts)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \begin{cases} x^2 + x\sin\left(\frac{1}{x}\right) + 1 & si\ x > 0 \\ x^3 + x + 1 & si\ x \leq 0 \end{cases}$

1)a) Montrer que pour tout $x \in\ ]0,+\infty[$ on a : $x^2 - x + 1 \leq f(x) \leq x^2 + x + 1$.

b) Déduire $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

c) Montrer que f est continue en 0.

2) On donne le tableau de variation de f sur $]-\infty, 0]$.

x	$-\infty$	0
$f(x)$		

a) Copier et compléter le tableau de variation de f.

b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans $]-\infty, 0]$ une unique solution α ; puis vérifier que : $-0{,}7 < \alpha < -0{,}6$.

c) Vérifier que : $\alpha^3 = -1 - \alpha$

3) Calculer les limites suivantes : $\lim_{x\to+\infty} f(\frac{x+1}{x^2})$ et $\lim_{x\to 0} f(\frac{x+1}{x^2})$.

BON TRAVAIL

Feuille annexe à rendre avec la copie

Nom :…………................. …… Prénom :…………………… ... Classe :…………………

Exercice N :1

1)	
2)	
3)	

Figure de l'exercice N :3