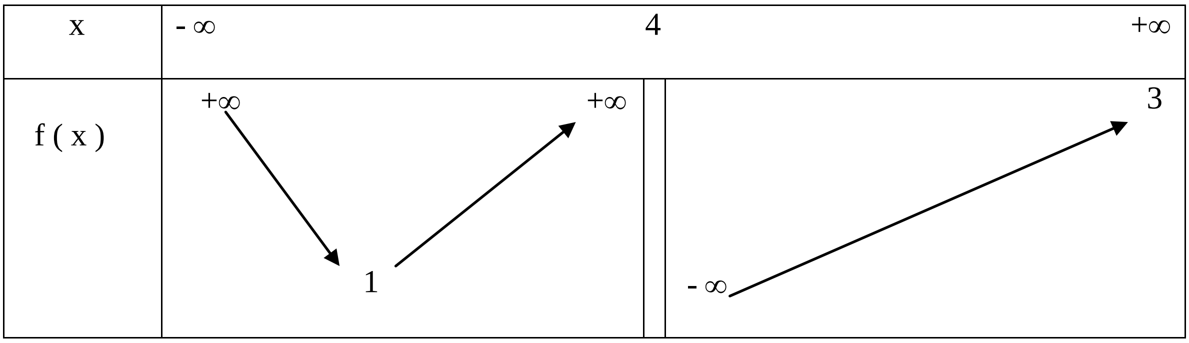
| | |
|---|---|
| **L.S :02/03/34**<br>**Goubellat**<br><br>**Date : 02/11/2016**<br>**Classe :** 4$^{eme}$ *année*<br>**Prof :Hamdi** | **Devoir de Contrôle N°1**<br><br>**Section : Sciences de l'informatique**<br>**Epreuve : Mathématiques**<br><br>**Durée : 2h** **Coefficient :3** |

## EXERCICE N° 1 ( 4 Pts )

Une fonction f est définie et continue sur $\mathbb{R}-\{4\}$ et dont le tableau de variation est le suivant :




On note par ( C ) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

1° ) a°/ Montrer que l'équation : f ( x ) = 0 admet une seule solution a dans $IR-\{4\}$.

b°/ Etudier le signe de f(x) suivant les valeurs de x.

2° ) Lorsque cela est possible déterminer les limites suivantes :

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{f(x)} \quad ; \quad \lim_{x \to -\infty} \sqrt{f(x)} \; ; \quad \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{f(x)} \quad \text{et} \quad \lim_{x \to 4} \frac{1}{f(x)}$$

3° ) Répondre par vrai ou faux sans justification.

a°/ 1 est un minimum local de f.

b°/ 3 est un maximum local de f.

c°/ La droite d'équation x = 4 est une asymptote à (C ).

d°/ La droite d'équation y = 3 est une asymptote à (C ).

## EXERCICE N° 2 ( 6 Pts )

1° )Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : g ( x ) = x + sin 2x

a°/ Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a : $x - 1 \leq g(x) \leq x + 1$

b°/En déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$

2° ) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) = \begin{cases} \dfrac{g(x)}{x} & \text{si } x \succ 0 \\ x^4 - x^3 + 3 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

et ( C ) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O ; \vec{I} ; \vec{J})$

a°/ Montrer que f admet une limite en 0.

b°/ Montrer que pour tout : $x \geq 0$ on a : $\dfrac{x-1}{x} \leq f(x) \leq \dfrac{x+1}{x}$

c°/ En déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

Interprète géométriquement le résultat

3° ) Déterminer : $\lim\limits_{x \to -\infty} g \circ f(x)$ ; $\lim\limits_{x \to +\infty} f \circ g(x)$ et $\lim\limits_{x \to 0} f \circ g(x)$

**EXERCICE N° 3 ( 4 Pts )**

On donne les nombre complexes : $Z_1 = 1 + i$ ; $Z_2 = 2 - i$ et $Z_3 = -1$

1°) Calculer $\dfrac{|Z_1 - Z_2|}{|Z_1 - Z_3|}$ et $(Z_1 - Z_2)\overline{(Z_1 - Z_3)}$

2°) Dans le plan complexe muni dun repère orthonormé

a°/ Placer les points A, B et C d'affixes respectives $Z_1$; $Z_2$ et $Z_3$

b°/ Montrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle

**EXERCICE N° 4 ( 6 Pts )**

Le plan complexe P est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{U}, \vec{V})$

On désigne par A le point d'affixe i et par B le point d'affixe - 2 i

Soit f l'application de P- $\{A\}$ dans P qui à tout point M d'affixe Z on associe le point M ' d'affixe le nombre complexe

$$Z' = \frac{2Z - i}{iZ + 1}$$

1° ) a ° ) Ecrire Z ' sous forme cartesienne pour $Z = 1 + i$

b ° ) Déterminer Z pour que $Z' = 1 + 2i$

2 ° ) Déterminer les ensembles suivantes

a ° ) $E = \{M(Z) / Z' \text{ est réel}\}$

b ° ) $F = \{M(Z) / |Z'| = 2\}$

3 ° ) a ° ) Montrer que $(Z' + 2i)(Z - i) = 1$

b ° ) En déduire que lorsque M appartient au cercle ( C ) de centre A et de rayon 1 alors M' appartient à un cercle ( C' ) que l'on précisera

4 ° ) Soit T le point d'affixe $\dfrac{\sqrt{2}}{2} + \left(1 + \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) i$

a ° ) Calculer l'affixe de vecteur $\overrightarrow{AT}$

b ° ) En déduire que T appartient à ( C )

**BONNE CHANCE**