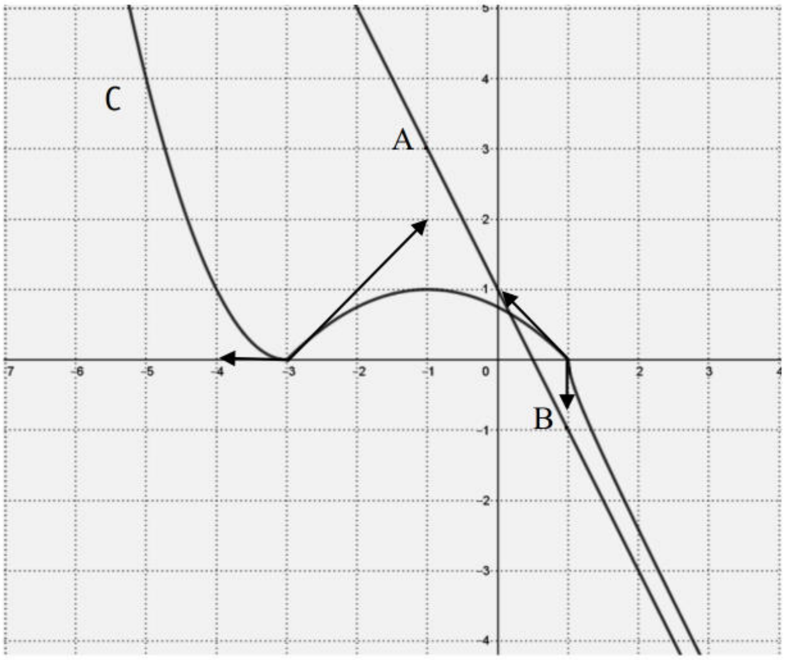
DEVOIR DE CONTROLE N°1 – EPREUVE : MATHEMATIQUES
SECTION : Sciences Informatiques **Prof : Houssem chaabane**
Lycée Metloui 2017-2018

Exercice n°01 (4 points)



On a représenté ci contre la courbe C d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$

- La courbe C admet une branche infinie parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $-\infty$
- La droite passant par les point A(-1,3) et B(1,-1) est une asymptote oblique a C au voisinage de $+\infty$
- Au point d'abscisse -3 La courbe C admet une demi-tangente horizontale et une demi-tangente oblique comme indiqué
- Au point d'abscisse 1 La courbe C admet une demi-tangente oblique et une demi-tangente verticale dirigée vers le bas comme indiqué
- Au point d'abscisse -1 la courbe C admet une tangente horizontale

Déterminer graphiquement :

a) $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ b) $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$ c) $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ d) $f'(-1)$ e) $f'_g(-3)$

f) $\lim_{x\to-3^+} \frac{f(x)}{x+3}$ g) $\lim_{x\to1^-} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$ h) $\lim_{x\to1^+} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$.

Exercice n°02 (6points)

On considère la fonction suivante $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 5} - 1$. C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1) a) Justifier la continuité de f sur $\mathbb{R}$.

b) Etudier la dérivabilité de f en 2. Interpréter le résultat graphiquement.

c) Montrer que $f'(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2-4x+5}}$ puis déduire les variations de f sur $\mathbb{R}$

2) a) Montrer que l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution sur $\alpha \in [2,+\infty[$, vérifier que $\alpha = 2 + \sqrt{3}$.

b) Monter que $f'(\alpha) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. (On pourra remarquer que $f(\alpha) = 1$).

c) Déduire l'équation de la droite T la tangente à C_f au point d'abscisse α.

3) Soit g la restriction de la fonction f sur $[2,+\infty[$ et C_g sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. On admet que g admet une fonction réciproque g^{-1} de$[0,+\infty[$ sur $[2,+\infty[$ et on a tracé dans la feuille annexe la courbe C_g ainsi que la droite $\Delta: y = x - 3$ est une asymptote à C_g au voisinage de $+\infty$.

a) Tracer $C_{g^{-1}}$ la courbe représentative de la fonction g^{-1} ainsi la droite Δ' l'asymptote à $C_{g^{-1}}$ au voisinage de $+\infty$ dans le même repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$

b) g^{-1} est-elle dérivable à droite en 0 ? Justifier votre réponse.

c) Calculer $(g^{-1})'(1)$.

d) pour $x \in [0,+\infty[$. Expliciter $g^{-1}(x)$.

Exercice n°03 (5points)

Soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{2U_n+3}{U_n+4} \end{cases}$

1) a) Montrer par récurrence que $1 \leq U_n \leq 2$

b) Montrer que (U_n) est décroissante.

c) En déduire que (U_n) est convergente vers une limite finie que l'on précisera.

2) Soit (V_n) une suite définie sur $\mathbb{N}$ par $V_n = \frac{U_n-1}{U_n+3}$.

a) Montrer que $U_n = \frac{1+3V_n}{1-V_n}$.

b) Montrer que V_n est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{5}$

c) Exprimer U_n en fonction de n.

d) Retrouver la limite de U_n

Exercice n°04 (5points)

I- 1) Déterminer le quotient et le reste de la division euclidienne de -7 par 5.

2) En déduire une solution particulaire de l'équation $(E) : 7x + 5y = 3$

3) Trouver toutes les solutions de l'équation (E).

II- 1) Déterminer suivant les valeurs de n, le reste de la division euclidienne de 2^n par 7.

2) Dans le système Binaire un entier A s'écrit sous la forme «$111\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..1$» composé de n chiffres tous des 1.

a) Montrer que $A = 2^n - 1$.

b) Déduire que A est divisible pas 7 si et seulement si $n = 3k$, $k \in \mathbb{Z}$.

c) Soit B un entier s'écrie dans le système Binaire comme suit « 1111111110111111111111111 » composé de 25 chiffres, quelle est le reste de la division euclidienne de B par 7 ?