

Exercice 1 (3 points)

Pour chacune des trois questions, trois réponses sont proposées ; une seule de ces réponses convient.

1) Voici la courbe représentative d'une fonction f sur l'intervalle $[0 ; 6 [$.



Sur l'intervalle $[0 ; 6 [$, la fonction composée $x \mapsto \ln [f(x)]$

a) est strictement croissante. b) a les mêmes variations que f c) a les variations contraires de celles de f

2) Soit g la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = 4x - 2 \ln x$.

Dans un repère, une équation de la tangente à la courbe représentative de g au point d'abscisse 1 est :

a) $y = 2x + 2$. b) $y = 4x - 2$. c) $y = 2x + 6$

3) L'ensemble des solutions de l'équation $2 \ln x = \ln(2x + 3)$ est :

a) l'ensemble vide. b) $\{-1; 3\}$. c) $\{3\}$

Exercice 2(4 points)

$$\text{Soit } A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & -16 \\ 4 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

1) Calculer A^2 et A^3

2) En déduire que A est inversible puis déterminer son inverse

3) Résoudre dans \mathbb{R}^3 le système

$$S: \begin{cases} -2x + 3y - 16z = -20 \\ 4x + 5y + z = 21 \\ 2x + y - 3z = 9 \end{cases}$$

Exercice 3 (7 points)

I- Soit g la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par : $g(x) = x + (x - 2) \ln x$.

1) a) Montrer que $g'(x) = 2 \frac{x-1}{x} + \ln x$

b) Etudier les variations de g (On ne demande pas les limites en 0 et en $+\infty$).

c) En déduire le signe de g

II- Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = 1 + x \ln x - (\ln x)^2$.

1) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$; interpréter ce résultat

b) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

c) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$; interpréter ce résultat

2) a) Vérifier que pour tout $x \in]0, +\infty[$ on a : $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ puis dresser le tableau de variations de f .

b) En déduire que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J que l'on précisera.

3) a) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet sur $]0, +\infty[$ une unique solution α et que $0,4 < \alpha < 0,5$

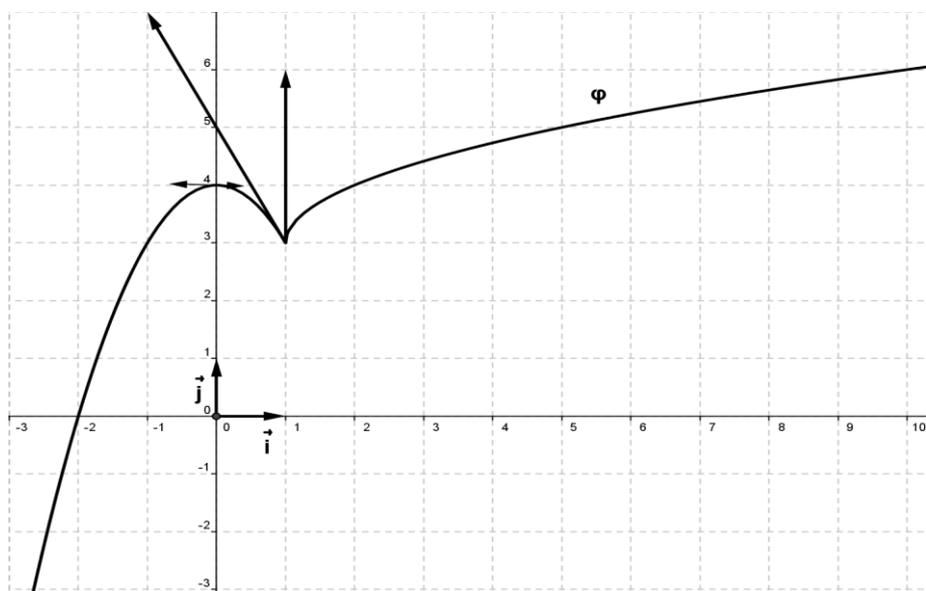
b) En déduire le signe de f

4) Tracer, dans un même repère, les courbes (C) et (C') représentative de f et f^{-1}

Exercice 4 (6 points)

le plan est munie d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . La courbe (φ) ci-dessous représente une fonction f définie sur \mathbb{R} et dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

on suppose que (φ) admet deux branches paraboliques l'une de direction l'axe des abscisses au voisinage de $+\infty$ et l'autre de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $-\infty$



1) Répondre par vrai ou faux

a) $f'(0) = 4$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

d) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - 3}{x - 1} = -\frac{1}{2}$

e) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - 3}{x - 1} = -\infty$

f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$

2) Déterminer graphiquement

a) Le signe de f'

b) Le tableau de variation de la fonction f

3) Soit la fonction g définie sur $] -2, +\infty[$ par $g(x) = \ln(f(x))$

a) Déterminer $\lim_{x \rightarrow -2^+} g(x)$; interpréter le résultat

b) Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

c) Dresser le tableau de variation de g