Lycée secondaire : Ali Bourguiba Kalâa Kbira		Année scolaire : 2010-2011
Epreuve : Mathématiques	Devoir de contrôle n° 2	Durée : 2 heures
Professeur : Maâtallah	Date : Le 24-02-2011	Classe : 4Info

Exercice n° 1: (7 points)

I) Dans chacun des cas suivants , justifier que f admet des primitives sur D et déterminer la primitive F de f sur D telle que $F(a) = b$.

1) $f(x)=\frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+e^2}}$ avec $D=[0,1]$ et $F(0)=1$ 2) $f(x) = \frac{1}{x\ln(3x)}$ avec $D=]1,+\infty[$ et $F(\frac{3}{e})=1$

II) Résoudre dans $\mathbb{R}$:

1) $\ln(3x^2+7x+2) - \ln(x+3x^2) - \sqrt[3]{e} = 0$ 2) $-e^x - 2e^{-x} + 3 \geq 0$

III) Calculer les limites suivantes :

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x\ln(x)}{x^2-1}$ 2) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\ln(1-5x)}{x}$ 3) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x(1-e^{\frac{1}{x}})}$

Exercice n° 2: (7 points)

1) Soit g la fonction définie par : $g(x) = 2x\ln(x) + x - 1$
   a) Calculer $\ln(\frac{1}{\sqrt{e^3}})$ puis étudier les variations de g .
   b) Calculer $g(1)$ et déduire le signe de $g(x)$.
2) Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{-1-\ln(x)}{(x+1)^2}$ et (C) sa courbe dans un repère orthogonal .
   a) Montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{x(1+x)^3}$. Dresser le tableau de variation de f .
   b) Déterminer une équation de la tangente T à (C) au point d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses . Construire T et (C) .

Exercice n° 3: (6 points)

1) Soit a et b deux entiers naturels .
   a) Prouver que $10a + b$ est divisible par 17 si et seulement si $a - 5b$ est divisible par 17 .
   b) Sans calculatrice , déterminer les nombres divisibles par 17 parmi : 16831 , 152592 et 83521 .
2) Soit $n \in \mathbb{N}$ et $x_n = 2^n + 3^n$.
   a) Vérifier que $\forall n \in \mathbb{N} :\ 2^n \wedge 3^n = 1$.
   b) Déduire que $\forall n \in \mathbb{N} : x_n$ et x_{n+1} sont premiers entre eux .
3) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N} : 3^{2n+1} + 2^{n+2}$ est divisible par 7 .

Bon travail