

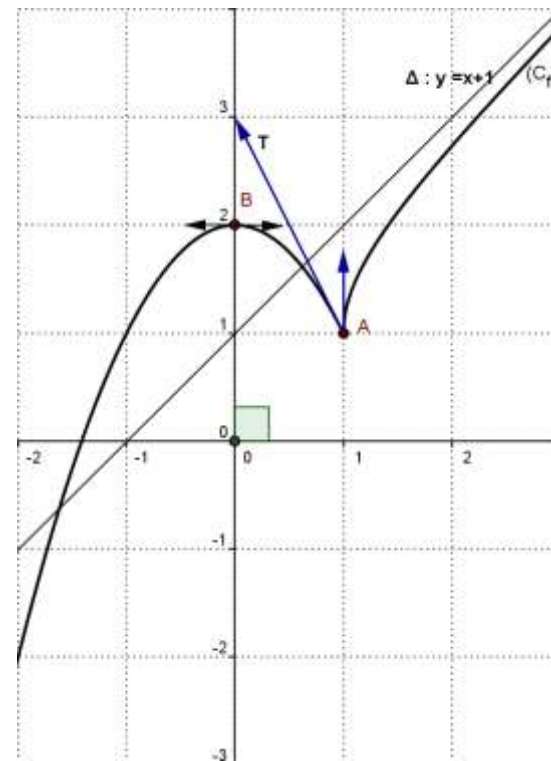
Exercice N°1 : (4pts)

Pour chacune des questions suivantes, une des trois réponses proposées est exacte. L'élève indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie **en justifiant votre réponse**.

La figure suivante présente la courbe (C_f) d'une fonction f définie et continue sur \mathbb{R}

La droite Δ d'équation $y = x + 1$ est une asymptote à la courbe (C_f) au voisinage de $+\infty$

La courbe (C_f) admet une tangente horizontale au point $B(0; 2)$ et une demi-tangente verticale au point $A(1; 1)$



- 1) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - 1}{x - 1}$ est égale
 - a) $-\infty$
 - b) $+\infty$
 - c) 0
- 2) $f'_g(1)$ est égale
 - a) -2
 - b) 0
 - c) 0
- 3) $f'(0)$ est égale
 - a) 0
 - b) 2
 - c) -1
- 4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x]$ est égale
 - a) $+\infty$
 - b) -1
 - c) 1

Exercice N°2 : (6pts)

On considère la fonction f définie sur $] -\infty; 2]$

par $f(x) = \sqrt{2-x} - x$

- 1) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- 2) Etudier la dérivabilité de f à gauche de 2 et interpréter le résultat graphiquement
- 3) a) Montrer que pour $x \in] -\infty; 2[$; $f'(x) = -\frac{1+2\sqrt{2-x}}{\sqrt{2-x}}$
 b) Dresser le tableau de variation de f
 c) Ecrire une équation de la tangente T au point d'abscisse 1
- 4) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha \in]\frac{1}{2}; \frac{3}{2}[$
- 5) Construire la courbe (C_f) et T dans un repère orthonormé $(0; \vec{i}; \vec{j})$

Exercice N°3 : (6pts)

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

1) a) Montrer que A est inversible

b) Calculer la matrice $M = 2I_3 - A$ avec $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

c) Calculer $A \times M$ et en déduire la matrice inverse A^{-1} de A

2) Soit le système $(S): \begin{cases} 2x + 2y + z = 5 \\ -x - y - z = -2 \\ x + 2y + 2z = 3 \end{cases}$

a) Donner l'écriture matricielle du système (S)

b) Résoudre alors le système (S)

Exercice N°4 : (4pts)

1) Montrer que 13 divise $3^n + 3^{n+1} + 3^{n+2}$

2) a) Vérifier que $3^4 \equiv 1[5]$

b) Montrer que $3^{4p+r} \equiv 3^r[5]$ pour $p \in \mathbb{N}$ et $r \in \mathbb{N}$

c) En déduire les restes de la division euclidienne de 3^n modulo 5 avec $n \in \mathbb{N}$

d) En déduire que $3^{2012} + 3^{2014}$ est multiple par 5

