

L-S-Ibn khaldoun Prof : A – Khaled Date : 16/02/2012	DEVOIR DE CONTROLE N°2 Mathématiques	A-S 2011/2012 Classe : 4 inf Durée : 2h
---	---	--

EXERCICE N°1 (3pts)

1/ la primitive de la fonction $f(x) = \ln x$ sur $]0, +\infty[$ qui s'annule en 1 est :

a) $x \ln(x) - x + 1$

b) $\frac{1}{2} (\ln x)^2$

c) $(x-1) \ln x$

2/ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(3x+1)}{x}$ est égale à :

A) $+\infty$

b) 3

c) 0

3/ la limite de la suite $U_n = \frac{3 - (2)^n}{1 + (5)^n}$

A) 3

b) $\frac{2}{5}$

c) 0

EXERCICE N°2 (4pts)

Soit A la matrice définie par : $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

1/ Calculer déterminant de A et en déduire que A est inversible

2/ Soit B la matrice définie par : $B = \begin{pmatrix} 7 & 1 & -5 \\ 1 & -5 & 7 \\ -5 & 7 & 1 \end{pmatrix}$

Calculer A.B et En déduire L'inverse A^{-1} de A

3/ Résoudre Dans \mathbb{R}^3 le système S : $\begin{cases} 3x + 2y + z = 4 \\ 2x + y + 3z = 7 \\ x + 3y + 2z = 7 \end{cases}$

EXERCICE N°3 (7pts)

1/ Soit g la fonction définie par : $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$ pour tout x de $]0, +\infty[$

a) Etudier les variations de g

b) Calculer g(1) et en déduire le signe de g

2/ Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = 2 - x + \frac{\ln x}{x}$ et ξ sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

a) Montrer que $f'(x) = -\frac{g(x)}{x^2}$ pour tout x de $]0, +\infty[$

b) dresser le tableau de variation de f

3/ Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions a et b et que

$$0 < a < 1 \text{ et } 2 < b < 2.5$$

4/a) Montrer que la droite $D : y = -x + 2$ est une asymptote à ξ

b) Etudier la position de ξ et D et tracer D et ξ

5/ Déterminer la primitive F de f sur $]0, +\infty[$ qui s'annule en 1

EXERCICE N°4 (6pts)

Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

1/ Montrer que $f'(x) = \frac{1}{(\sqrt{x^2 + 1})^3}$

2/ On pose $h(x) = f(x) - x$

a) Montrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution α et que $1 < \alpha < 2$

b) Etudier le signe de $h(x)$ pour tout x de $]0, +\infty[$

3/ soit U la suite définie par $\begin{cases} U_0 \in]1, \alpha[\\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$

a) Montrer que pour tout n de \mathbb{N} , $1 < U_n < \alpha$

b) Etudier la monotonie de la suite U

c) En déduire que U est convergente et calculer sa limite