

Devoir de Contrôle 2

❖ **Exercice 1 :** Cocher la réponse juste :

1./ $\ln(\sqrt{5} - 2) + \ln(\sqrt{5} + 2)$ est égale : ☐ a $\ln(9)$ ☐ b $2\ln(5)$ ☐ c 0

2./ La matrice inverse de $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ est : ☐ a $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ☐ b $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ ☐ c $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

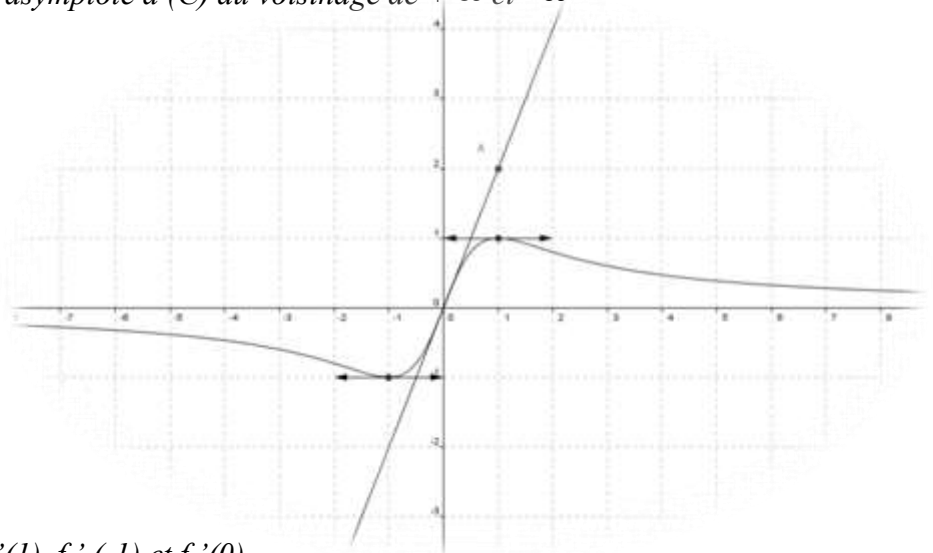
3./ Une primitive sur \mathbb{R} de la fonction $f: x \mapsto \frac{2x+5}{x^2+5x+10}$ est :

☐ a $F(x) = \frac{-1}{(x^2+5x+10)^2}$ ☐ b $F(x) = \sqrt{x^2+5x+10}$ ☐ c $F(x) = \ln(x^2+5x+10)$

❖ **Exercice 2 :**

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} et dont la courbe représentative (C) dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ est donnée par la figure ci-dessous.

- la tangente à la courbe (C) au point O passe par le point $A(1, 2)$.
- L'axe des abscisses est une asymptote à (C) au voisinage de $+\infty$ et $-\infty$.



1./ Par une lecture graphique :

- Donner : $f(1)$, $f(0)$, $f'(1)$, $f'(-1)$ et $f'(0)$
- Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- Déterminer $f(\mathbb{R})$
- Compléter le tableau de variation suivant :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$		
$f(x)$		

2./ On admet que pour tout $x \in \mathbb{R}$; $f(x) = \frac{ax+b}{x^2+1}$

- Montrer que f est dérivable sur \mathbb{R} et que $f'(x) = \frac{-ax^2-2bx+a}{(x^2+1)^2}$
- Utiliser la question 1./ pour déterminer les réels a et b

3./ On suppose que $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$. Soit F une primitive de f sur \mathbb{R} qui s'annule en 0.

a.. Donner le sens de variation de F sur \mathbb{R} .

b. Calculer l'expression de $F(x)$.

❖ Exercice 3 :

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x^2 - 1 + \ln x$

1./ Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$. Interpréter géométriquement ce résultat.

2./ Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$. Interpréter géométriquement ce résultat.

3. /a. Montrer que f est dérivable sur $]0; +\infty[$ et calculer $f'(x)$.

b. Dresser le tableau de variation de f .

c. Calculer $f(1)$ et déduire le signe de $f(x)$ pour tout $x \in]0; +\infty[$

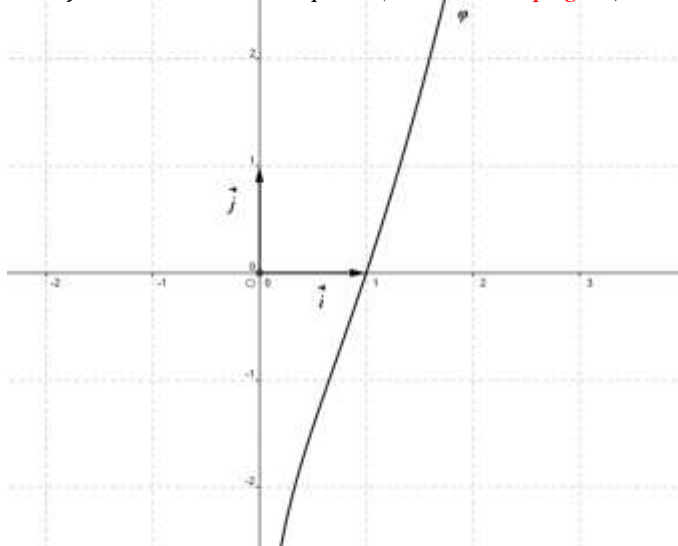
4. / a. Montrer que f réalise une bijection de $]0; +\infty[$ sur un intervalle J à préciser

b. On note f^{-1} la fonction réciproque de f , donner le tableau de variation de f^{-1} .

5. / Ecrire une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 1.

Dans la figure ci-dessous, (C) est la représentation de la courbe de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

6. / Tracer (T) et (C') la courbe de la fonction f^{-1} dans le même repère (voir annexe page 3).



❖ Exercice 4 :

Soit la matrice $M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$

1./a. Calculer le déterminant de M . ($\det(M)$)

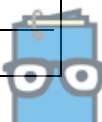
b. En Déduire que M est inversible

c. Soit la matrice $N = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 4 & -3 \end{pmatrix}$. Montrer que $M^{-1} = N$

2./ On considère le système $(S) : \begin{cases} 2x + y - z = 3 \\ x + 2y - z = 4 \\ 2x + 3y - 2z = 5 \end{cases}$

a. Donner l'écriture matricielle de (S)

b. Résoudre, dans \mathbb{R}^3 , le système (S)



Annexe à rendre avec la copie

Nom et prénom :

❖ **Exercice 1 :** Mettre la lettre qui correspond à la réponse juste

Questions	Réponses
1	
2	
3	

❖ **Exercice 3 :** 6./Tracer (T) et (C')

