Lycée secondaire Abdelaziz El Behi Sousse   Enseignant : M^r FERSI Lotfi

Date : février/2015   **Devoir de contrôle N°2**   **Niveau : 4ème info**

Nombre de pages : **2**   Durée : **2h**

MATHEMATIQUES

N.B : L'utilisation de la calculatrice personnelle est autorisée, cependant son échange est strictement interdit.

EXERCICE N° 1(8 pts)

On considère dans Z^2 l'équation (E) : $11x - 7y = 5$ où x et y sont des inconnues entières.

1) Justifier pourquoi (E) admet des solutions.
2) Montrer que si (x ;y) est une solution de (E), alors $x \equiv 2y[5]$.
3) Justifier, en énonçant un théorème, qu'il existe un couple d'entiers relatifs (u ; v) tels que $11u - 7v = 1$.Trouver un tel couple.

4) En déduire une solution particulière de l'équation (E).
5) Résoudre l'équation (E).
6) Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$, on considère la droite D d'équation cartésienne $11x - 7y - 5 = 0$. On note C l'ensemble des points M(x ; y) du plan tels que $0 \leq x \leq 50$ et $0 \leq y \leq 50$. Déterminer le nombre de points de la droite D appartenant à l'ensemble C et dont les coordonnées sont des entiers.

EXERCICE N° 2 (12 pts)

Partie A

Soit g la fonction définie sur $]0 ;+\infty[$ par $g(x) = 2x^2+1-\ln x$.

1) a) Vérifier que $\lim\limits_{x \to 0^+} g(x) = +\infty$ et que $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$

b) Vérifier que pour tout $x \in]0,+\infty[$, $g'(x) = \dfrac{(2x-1).(2x+1)}{x}$.

c) Dresser le tableau des variations de g et calculer $g(\frac{1}{2})$.

d) En déduire que pour tout $x \in]0,+\infty[$, $g(x) \succ 0$.

Devoir.tn
toutes les matières, tous les niveaux

Partie B

On considère la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x) = 2x+1+\frac{\ln x}{x}$.

note (C) la courbe de f dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{u}\,;\,\vec{v})$.

1) a) Déterminer la limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$.

b) Déterminer la limite de $f(x)$ quand x tend vers 0^+.

Interpréter graphiquement.

c) Montrer que la droite Δ : y = 2x+1 est une asymptote à (C) , puis

étudier la position relative de (C) par rapport à Δ .

2) a) vérifier que pour tout $x \in]0,+\infty[$, $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

b) Dresser le tableau des variations de f.

3) a) Montrer que f réalise une bijection de $]0,+\infty[$ dans IR.

b) En déduire que l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique α et que $0,4 \prec \alpha \prec 0,5$.

4) tracer Δ et (C) dans le repère $(O\,;\vec{u}\,;\,\vec{v})$.

5) Soit h la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $h(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2$.

a) Calculer h'(x).

b) En déduire l'expression de $F(x)$ où F est la primitive de f sur $]0,+\infty[$

qui s'annule en 1.

c) Dresser le tableau des variations de F.

d) Vérifier que $F(\alpha) = 2\alpha^4+2\alpha^3+\frac{3}{2}\alpha^2+\alpha-2$.

Devoir.tn
toutes les matières, tous les niveaux