

L-S-Ibn khaldoun Prof : A – khaled Date : 22/04/2011	Devoir de contrôle n°3 Mathématiques	Classe :4 inf Durée :2h
---	---	--

EXERCICE N °1(5pts)

1/ On considère l'équation (E) : $7x + 5y = 1$ ou (x, y) deux entiers relatifs

- Trouver une solution particulière de (E)
- Résoudre dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ l'équation (E)

2/ Soit N un entier naturel telque il existe un couple (a, b) de nombres entiers vérifiant :

$$\begin{cases} N = 7a + 1 \\ N = 5b + 2 \end{cases}$$

- Montrer que le couple $(a, -b)$ est une solution de (E)
- Qu'est est le reste de la division de N par 35
- Un groupe composé d'hommes et de femme a dépensé 100 pièces de monnaie dans un hotel , les hommes ont dépensé 7 pièces chacun et les femmes ont dépensé 5 pièces chacune.

Combien pouvait –il y avoir d'hommes et de femmes dans ce groupe

EXERCICE N °2(4pts)

On donne les matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} -14 & 2 & 4 \\ -7 & 5 & 3 \\ 7 & 1 & -5 \end{pmatrix}$

- Calculer determinant de A et en déduire que A est inversible
- Calculer $A \cdot B$ et en déduire A^{-1} la matrice inverse de A

2/ Résoudre dans \mathbb{R}^3 le système $S : \begin{cases} 2x - y + z = 4 \\ x - 3y - z = -1 \\ 3x - 2y + 4z = 11 \end{cases}$

EXERCICE N °3 (7pts)

Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = (1-x)e^{-x} + 1$

1/ Etudier les variations de g et En déduire que $g(x) > 0$

2/ Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = xe^{-x} + x$ et soit C sa courbe

Représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

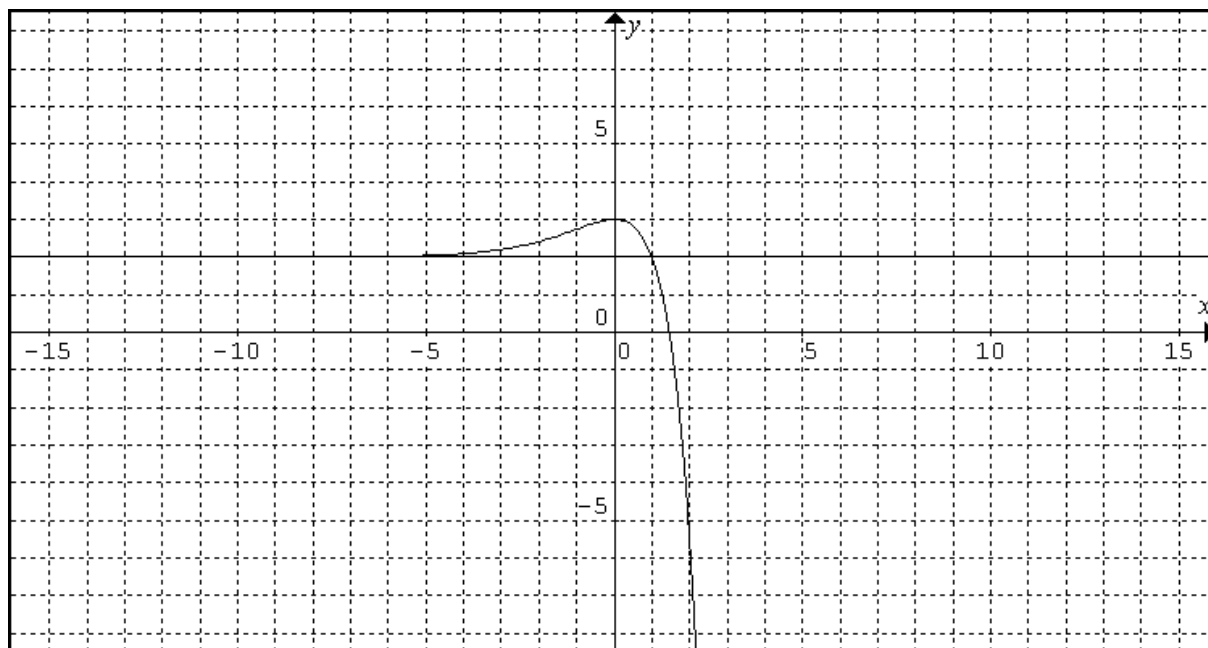
- Etudier les variations de f
- Montrer que la droite D : $y = x$ est une asymptote à C
- Etudier la position de C et D
- Tracer la courbe C

3/ Soit α un réel strictement positif . On désigne par $A(\alpha)$ l'aire de la partie du plan limitée Par la courbe C ; D et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \alpha$

- Calculer $A(\alpha)$
- Déterminer $A(1)$ et $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} A(\alpha)$

EXERCICE N°4 (4pts)

La courbe ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f définie sur \mathbb{R}



La courbe admet une asymptote d'équation $D : y = 0$ au voisinage de $-\infty$

Et une branche parabolique infinie de direction (O, \vec{j}) au voisinage de $+\infty$

1/ Compléter $f(0) = \dots\dots\dots$, $f'(0) = \dots\dots\dots$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots\dots\dots$

2/ dresser le tableau de variation de f

.....
.....
.....

3/ Dans la suite on admet que $f(x) = (ax + b)e^x + c$

a— En utilisant 1/, déterminer c et b

.....
.....
.....

b-- Calculer $f'(x)$ en fonction de a et b et en déduire que $f(x) = (1-x)e^x + 2$

.....
.....
.....
.....

4/ Soit A l'aire de la partie du plan limitée par l'axe des abscisses, la courbe (C) et les droites $x = 0$ et $x = 1$

En intégrant par parties calculer A

.....
.....
.....
.....
.....
.....

