

Exercice N°1 : (3pts)

Pour chacune des questions suivantes, une des trois réponses proposées est exacte. L'élève indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. (Aucune justification n'est demandée).

1) Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{x - \cos x}{x^2 + 1}$ alors

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$. b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$. c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

2) f une fonction définie sur $] -1; +\infty[$ tels que: $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$. alors

a) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{1}{f \circ f(x)} = -\infty$ b) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{1}{f \circ f(x)} = +\infty$ c) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{1}{f \circ f(x)} = 0$

3) Les solutions de l'équation (E): $z^4 - 4iZ^2 - 4 = 0$ sont:

a) $1 + i$ et $-1 - i$ b) $-1 + i$ et $-1 - i$ c) $2i$ et $-2i$

Exercice N°1 : (6pts)

1) Montrer que $(2 + 2i)^2 = 8i$

2) Résoudre Dans \mathbb{C} l'équation $z^2 - 6z + 9 - 2i = 0$

3) Soit $f(z) = z^3 - (6 + i)z^2 + (9 + 4i)z - 9i - 2 = 0$; $z \in \mathbb{C}$

a) Vérifier que i est une solution de l'équation $f(z) = 0$

b) Déterminer les nombres complexes a et b tels que $f(z) = (z - i)(z^2 + az + b)$

c) Résoudre alors dans \mathbb{C} l'équation: $f(z) = 0$

4) Le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(0; \vec{u}; \vec{v})$

On donne les points $A; B$ et C d'affixes respectives $2 - i; i$ et $4 + i$

a) Placer les points $A; B$ et C dans le repère $(0; \vec{u}; \vec{v})$

b) Montrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle

5) Déterminer et construire l'ensemble des points M d'affixe z tels que :

$$|z - i| = |z - 2 + i|$$

Exercice N°3 : (5pts)

On considère les fonction f et g définies par : $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$

1) Déterminer les ensembles de définition de f et g (D_f et D_g)

2) a) Montrer que $f(x) \geq 1$ pour toute $x \in \mathbb{R}$

b) En déduire que $D_{g \circ f} = \mathbb{R}^*$

3) Dans cette question on note h la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $h(x) = g \circ f(x)$

a) Calculer $h(1)$ et $h(\sqrt{3})$

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$

c) Déterminer l'expression de $h(x)$ pour $x \in]0; +\infty[$

Exercice N°4 : (6pts)

La figure suivante est la courbe (C_f) d'une fonction f dans un repère orthonormé $(0; \vec{i}; \vec{j})$.

La droite Δ est une asymptote au voisinage de $+\infty$ à la courbe (C_f) ;

Δ passant par les points $A(1; 0)$ et $B(4; 3)$

La droite $D: x = 1$ est une asymptote verticale à (C_f)

1) Déterminer D_f

2) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

3) a) Montrer que l'équation de l'asymptote Δ est $y = x - 1$

b) En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x$

4) Dresser le tableau de variation de f

5) Déterminer le signe de $f(x)$

6) Soit la fonction g définie par $g(x) = \frac{1}{\sqrt{f(x)}}$. Déterminer D_g et calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} g \circ f(x)$

