Hamda Abbes
Jamel Tayechi

Devoir de synthèse N:1

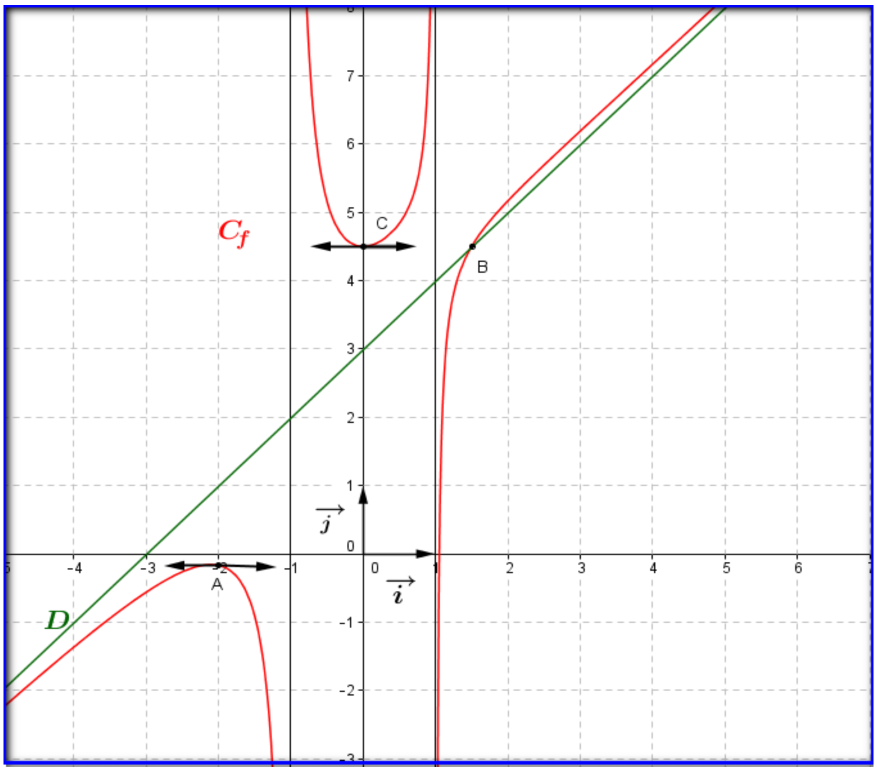
Durée : 2 heures

4 info 2 Lycée Mateur
4 info*L.R.T Mateur

le sujet comporte 3 pages.

Exercice 1 (4*points*)

On a représenté ci-dessous, dans un repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right)$, la courbe C_f représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-1, 1\}$. les points $A\left(-2; -\frac{1}{6}\right)$,$C\left(0; \frac{9}{2}\right)$, la droite D **l'asymptote oblique** à C_f au voisinage de $-\infty$ et $+\infty$, et deux droites d'équations $x = -1$, $x = 1$ **asymptotes verticales** à C_f.



1. **Par lecture graphique** :
   (a) Déterminer les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$.
   (b) Déterminer les réels a et b tels que $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$.
2. Déterminer $f'(-2)$ et $f'(0)$ et dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}\setminus\{-1, 1\}$.
3. En déduire que l'équation $f(x) = 3$ admet une unique solution dans $]1, 2[$.
   (a) Présiser $f(]1, +\infty[)$.
   (b) Montrer que f réalise une bijection de $]1, +\infty[$ dans $\mathbb{R}$.

Exercice 2 (6.5$points$)

1. (a) Ecrire sous forme algébrique $(2+3i)^2$.
   (b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E) : z^2 + (2-i)z + 2 - 4i = 0$
2. On considère le polynôme $P(z) = z^3 - (1+i)z^2 - (4+i)z - 6 + 12i$.
   (a) Vérifier que 3 et une solution de l'équation $P(z) = 0$.
   (b) chercher a et b tels que $P(z) = (z-3)(z^2 + az + b)$.
3. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$.
4. Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.On désigne par A , B et C les points d'affixes respectives $2i$, $-2-i$ et 3.
   (a) Placer les points A , B et C . Montrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle.
   (b) Déterminer l'affixe du point D tel que $ABDC$ est un carré.
5. Déterminer et construire l'ensemble Δ des points M d'affixe z tels que $\left|\dfrac{z-3}{z+2+i}\right| = 1$..

Exercice 3 (5$points$)

On concidère les matrices $M = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & -4 \end{pmatrix}$ et $N = \dfrac{1}{5}\begin{pmatrix} 14 & 2 & 8 \\ 6 & 2 & 2 \\ 12 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

1. (a) Calculer $M.N$
   (b) En déduire que M est inversible , et déterminer la matrice M^{-1}.
2. Soit le système (S) : $\begin{cases} -x - 2y + 3z = 5 \\ 2y - z = 3 \\ 3x + y - 4z = -10 \end{cases}$
   (a) Donner l'écriture matricielle du système (S).
   (b) Résoudre le système (S).
3. Soient les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -3 & -\dfrac{5}{2} & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & \dfrac{5}{2} \end{pmatrix}$
   (a) Calculer $A.B$.
   (b) Déduire que B est inversible et que $B^{-1} = M^{-1}.A$

Exercice 4 $(4.5 points)$

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 1 & si \quad x < 1 \\ \sqrt{x^2 - 1} - 1 & si \quad x \geq 1 \end{cases}$

1. Montrer que la fonction h est continue en 1.
   (a) Montrer que la fonction h dérivable à gauche en 1 ,et déterminer $h'_g(1)$.
   (b) Etudier la dérivabilité à droite de la fonction h en 1.
   (c) La fonction h et elle dérivable en 1 ?
2. Déterminer l'équation de T_g demi-tangente à gauche au point d'abscisse 1.
3. Calculer $h'(x)$ pour $x \leq 1$, et $h'(x)$ pour $x > 1$.

Bon travail

10/12/2014